

### Foglio di esercizi n.3 - Calcolo Numerico

17/11/2002

**Esercizio 1** Si calcolino autovalori ed autovettori delle matrici

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

**Esercizio 2** Si determinino 2 matrici  $A$  e  $B$   $3 \times 3$  con autovalori  $\lambda_1 = \lambda_2 = 1$  e  $\lambda_3 = 4$  simili tra loro e due matrici con autovalori  $\lambda_1 = \lambda_2 = 1$  e  $\lambda_3 = 4$  non simili.

**Esercizio 3** Si calcolino autovalori ed autovettori della matrice  $A = I + vv^T$  con  $v \in \mathbf{R}^n$ .

**Esercizio 4** Si dica se la seguente matrice

$$A = \begin{bmatrix} 17 & 2 & 2 \\ 1 & 10 & 3 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

ha autovalori non reali (senza calcolarli esplicitamente).

**Esercizio 5** Si dimostri che se  $\mathbf{x}$  è autovettore di  $A$  corrispondente all'autovalore  $\lambda_i$  e  $\mathbf{y}$  è autovettore di  $A^T$  corrispondente all'autovalore  $\lambda_j$ , con  $\lambda_i \neq \lambda_j$ , allora  $\mathbf{y}^t \mathbf{x} = 0$  e quindi se  $\mathbf{x}$  e  $\mathbf{y}$  sono reali sono anche ortogonali.

**Esercizio 6** Sia

$$A = \begin{bmatrix} 2 & \frac{k^2}{4} + \frac{k}{2} & 0 \\ 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & k \end{bmatrix}.$$

Si determini  $k$  affinché sia minimo  $\rho(A)$ .