

# Tecniche di Specifica e Dimostrazione

Prova scritta del 2 luglio 2007

(Recupero 1° compito: Esercizi 1 e 2

Recupero 2° compito: Esercizi 3 e 4)

## Esercizio 1 (8 punti)

Si assuma che  $\langle \mathbf{while\ } b \mathbf{ do\ } c, \sigma \rangle \rightarrow \sigma' \Rightarrow \langle b, \sigma' \rangle \rightarrow false$  e la corrispondente proprietà denotazionale, cioè  $\mathcal{C}[\mathbf{while\ } b \mathbf{ do\ } c]\sigma = \sigma' \Rightarrow \mathcal{B}[b]\sigma' = false$ .

Si dimostri quindi, utilizzando sia la semantica operativa sia quella denotazionale (ma non la loro equivalenza!), che i comandi

$$c_1 = (\mathbf{while\ } b \mathbf{ do\ } c); \mathbf{while\ } b \mathbf{ do\ } c \quad c_2 = \mathbf{while\ } b \mathbf{ do\ } (c; \mathbf{while\ } b \mathbf{ do\ } c)$$

sono equivalenti.

## Esercizio 2 (7 punti)

Si consideri l'insieme  $\{\omega \times \omega\}$  delle coppie di numeri naturali con l'ordinamento lessicografico  $\sqsubseteq$  definito come

$$(n_1, m_1) \sqsubseteq (n_2, m_2) \text{ se } n_1 < n_2 \text{ oppure se } n_1 = n_2 \text{ e } m_1 \leq m_2.$$

Si dimostri che  $\sqsubseteq$  è un ordinamento parziale con bottom. Si dimostri quindi che la catena  $\{(0, k)\}_{k=0,1,\dots}$  ha estremo superiore, ma si mostri una catena che non lo ha. Si consideri poi l'insieme  $\{[N] \times \omega\}$  con  $[N] = \{n \mid n \leq N\}$ , con lo stesso ordinamento, e si esibisca anche in questo caso una catena senza estremo superiore. Si dimostri infine che  $\{[N] \times (\omega \cup \{\infty\})\}$  con lo stesso ordinamento, dove  $x \leq \infty$ , è completo con bottom, e fornire una funzione monotona non continua su di esso.

## Esercizio 3 (9 punti)

Si consideri un termine HOFL  $t$  chiuso e si dimostri, utilizzando sia la semantica operativa sia quella denotazionale lazy (ma non la loro equivalenza!), che

$$rec\ x.t \equiv t \quad ((\lambda x.t)rec\ x.x) \equiv t$$

mentre la seconda equivalenza non vale per la semantica operativa eager.

## Esercizio 4 (6 punti)

Si faccia vedere quali operazioni CCS sono idempotenti, cioè si dica quali coppie sono bisimilari

$$\mu.p \simeq \mu.\mu.p \quad p|q \simeq p|q|q \quad p+q \simeq p+q+q \quad p\backslash\alpha \simeq p\backslash\alpha\backslash\alpha \quad rec\ x.p \simeq rec\ x.rec\ x.p$$

fornendo controesempi in caso negativo.