Fondamenti dell'Informatica: Semantica

Prova scritta del 4 settembre 2006

Esercizio 1 (10 punti)

Si estenda il linguaggio **IMP** con una nuova categoria sintattica *Prog* per i programmi, definita dalla clausola

$$p \ ::= \ \mathbf{prog}\ c.$$

Si fornisca una semantica operazionale ed una denotazionale con

$$< p, n > \rightarrow m \qquad \text{e} \qquad \mathcal{P} : \ Prog \rightarrow N \rightarrow N_{\perp}.$$

Si estendano quindi alla nuova categoria sintattica le dimostrazioni di equivalenza tra semantica operazionale e denotazionale.

(Cenno: Si considerino due locazioni speciali **input** e **output**, rispettivamente in cui mettere il dato iniziale n e da cui leggere il risultato m. Inizialmente ogni locazione diversa da **input** conterra' 0. Quindi la memoria iniziale sarà $\sigma_0[n/\mathbf{input}]$, con $\forall x.\ \sigma_0(x) = 0$.)

Esercizio 2 (7 punti)

Si considerino due cpo $(D_1, \sqsubseteq_1)$ e $(D_2, \sqsubseteq_2)$ tali che $D_1 \subseteq D$ e $D_2 \subseteq D$.

i) La struttura

$$(D_1 \cup D_2\ ,\ \sqsubseteq) \quad \text{dove} \quad x \sqsubseteq y \quad \text{sse} \quad x \sqsubseteq_1 y \vee x \sqsubseteq_2 y$$

é sempre un po?

ii) La struttura

$$(D_1 \cap D_2\ ,\ \sqsubseteq) \quad \text{dove} \quad x \sqsubseteq y \quad \text{sse} \quad x \sqsubseteq_1 y \wedge x \sqsubseteq_2 y$$

a) é sempre un po?

b) Se é un po, é sempre un cpo?

iii) Se i due cpo hanno elemento minimo $\perp_1$ e $\perp_2$ rispettivamente, anche le strutture in i) e ii) hanno elemento minimo?

Esercizio 3 (7 punti)

Si consideri il termine HOFL lazy

$$snd(((\lambda y.\ y)\ (((rec\ f.\ \lambda x.\ (f\ x))\ 3)\ ,\ 2))).$$

Se ne calcoli il tipo, la forma canonica e la semantica denotazionale.

Esercizio 4 (6 punti)

Si dimostri che la bisimilarità strong del CCS è una congruenza rispetto al prefisso e alla composizione parallela, cioè che:

$$p \simeq q \ \Rightarrow \ \mu.p \simeq \mu.q \qquad p \simeq q \ \Rightarrow \ p|r \simeq q|r.$$

(Cenno: in entrambi i casi, data una bisimulazione R tale che pRq, si costruisca partendo da R una relazione R' che si dimostri essere una bisimulazione e tale che $\mu.p\ R'\ \mu.q$ oppure $p|r\ R'\ q|r$.)