

# Tecniche di Specifica e Dimostrazione

Prova scritta del 6 aprile 2006

## Esercizio 1 (10 punti)

Si consideri il comando:

$$w = \mathbf{while} \ x < y \ \mathbf{do} \ (x := x + 1; y := y + 1).$$

Si dimostri che, per ogni  $\sigma, \sigma' \in \Sigma$  con  $\langle w, \sigma \rangle \rightarrow \sigma'$ ,

se  $\sigma(x) \geq \sigma(y)$  allora  $\sigma' = \sigma$ .

Si dimostri quindi, utilizzando la regola di inferenza vista a lezione, che

se  $\sigma(x) < \sigma(y)$  allora  $\langle w, \sigma \rangle \not\rightarrow$ .

## Esercizio 2 (10 punti)

Si consideri l'insieme  $Z$ , ordinato con  $\leq$ , dei numeri razionali  $z$  con  $0 \leq z \leq 1$  rappresentabili in base 10 con un numero finito di decimali. Si dimostri che tale insieme è un ordinamento parziale con bottom, ma non è completo. Si consideri quindi l'insieme  $R$ , sempre ordinato con  $\leq$ , dei numeri *reali*  $x$  con  $0 \leq x \leq 1$ , che si assume essere un  $cpo_{\perp}$ . Si dimostri infine che la funzione  $f : R \rightarrow R$  definita come:

$$f(x) = \text{if } x < 0.5 \text{ then } 0 \text{ else } 1$$

è monotona ma non è continua (Cenno: per la prima parte si considerino ad esempio i troncamenti di un numero periodico, quale  $1/3$ ).

## Esercizio 3 (10 punti)

Si consideri il frammento del linguaggio *IMP* in cui le uniche espressioni booleane siano *true* e *false*. Si fornisca quindi per ricorsione strutturale una semantica denotazionale  $\{c\}$  dei comandi in cui il dominio semantico sia l'insieme  $\{converge, diverge\}$  e si dimostri infine per induzione strutturale che  $(\forall \sigma. \mathcal{C}\llbracket c \rrbracket \sigma \in \Sigma) \Leftrightarrow \{c\} = converge$ .