Fondamenti dell'Informatica: Semantica

Prova scritta del 6 Giugno 2001

(Recupero 1^o compitino: Esercizi 1 e 2 Recupero 2^o compitino: Esercizi 3 e 4)

Esercizio 1 (6 punti)

Si dimostri che se vale $<$ **while** b **do** $c, \sigma > \to \sigma'$, allora $\exists n.\ < c^n, \sigma > \to \sigma'$ dove $c^0 =$ **skip** e $c^{n+1} = c\ ;\ c^n$.

Esercizio 2 (9 punti)

Si studi l'insieme $V^* \cup V^*\bot \cup V^\infty$ delle stringhe finite ($V^*\bot$), terminate (V^*) e infinite (V^∞) sull'alfabeto $V \cup \{\bot\}$, $V = \{a, b\}$, con l'ordinamento $\alpha \sqsubseteq \alpha$ e $\alpha\bot \sqsubseteq \alpha\beta$, dove la giustapposizione indica la concatenazione tra stringhe e $\alpha\beta = \alpha$ se α è infinita. A parole, data una stringa, si puo' ottenere una stringa maggiore di questa nell'ordinamente solo sostituendo $\bot$ (se c'e') con una stringa qualsiasi.

- La struttura $< V^* \cup V^*\bot \cup V^\infty, \sqsubseteq >$ è un ordinamento parziale?
- La funzione definita come $f(\alpha x) = \alpha x$, con $x = a, b$; $f(\alpha\bot) = \alpha$ e $f(\epsilon) = \epsilon$ con ϵ la stringa vuota, e' monotona?
- E' un ordinamento parziale completo?
- Esiste l'elemento minimo?
- Quali sono gli elementi massimali?

Esercizio 3 (7 punti)

Si fornisca la semantica operazionale e denotazionale del nuovo costrutto **IMP**:

$$\begin{array}{rl} \textbf{case2} & a \quad \textbf{of} \\ n_1 : & c_1 \\ n_2 : & c_2 \\ \textbf{otherwise} : & c_3 \end{array}$$

che esegue c_1, c_2 o c_3 a seconda che la valutazione di a fornisca n_1 o n_2 o un altro numero intero. Si consideri come possibile il caso $n_1 = n_2$.

Si estenda la dimostrazione di equivalenza delle due semantiche a **IMP** con **case2**, dimostrando i casi relativi al nuovo costrutto. L'equivalenza deve valere anche nel caso $n_1 = n_2$.

Esercizio 4 (8 punti)

Si consideri il termine HOFL lazy $curry = \lambda f.\lambda x.\lambda y.(f\ (x, y))$. Nell'ipotesi $type(x) = type(y) = \mathbf{int}$, si determini per quali valori di $type(f)$ il termine $curry$ risulta tipabile e se ne calcoli il tipo.

Si dimostri inoltre che $\forall \rho.\ [\![(f\ (x, y))]\!]\rho = [\![(((curry\ f)\ x)\ y)]\!]\rho$.