Fondamenti dell'Informatica: Semantica

Prova scritta del 7 aprile 1998

Esercizio 1

Si definisca per ricorsione ben fondata la funzione

$$\mathit{Vars} : \mathbf{Aexp} \longrightarrow \mathcal{P}_{\mathbf{Loc}}$$

che data una espressione aritmetica restituisce l'insieme delle locazioni che vi compaiono. Si dimostri che

$$\forall \sigma, \sigma' \in \Sigma \,.\, \forall a \in \mathbf{Aexp} \,.$$
$$\big(\forall x \in \mathit{Vars}(a) \,.\, \sigma(x) = \sigma'(x)\big) \;\wedge\; \langle a, \sigma\rangle \to n \;\wedge\; \langle a, \sigma'\rangle \to n' \;\Longrightarrow\; n = n'.$$

Esercizio 2

Dato un c.p.o. ed una sua catena $d_0 \sqsubseteq d_1 \sqsubseteq \cdots \sqsubseteq d_i \sqsubseteq \cdots$, sia $f : \omega \to \omega$ una funzione monotona crescente. Si dimostri che

$$\bigsqcup_{i \in \omega} d_{f(i)} \;=\; \bigsqcup_{i \in \omega} d_i.$$

Questo risultato vale anche se f è solo monotona non decrescente?

Esercizio 3

Si dimostri che

$$\mathcal{C}[\![\textbf{while } x = 1 \textbf{ do skip}]\!] \;=\; \mathcal{C}[\![\textbf{if } x = 1 \textbf{ then } (\textbf{while true do skip}) \textbf{ else skip}]\!].$$