Fondamenti dell'Informatica: Semantica

Prova scritta del 7 Luglio 1999

(Recupero 1^o compitino: Esercizi 1 e 2 Recupero 2^o compitino: Esercizi 3 e 4)

Esercizio 1 (9 punti)

Si definisca la funzione *change* : **Com** $\to \mathcal{P}(\mathbf{Loc})$ che dato un comando $c \in \mathbf{Com}$ restituisce l'insieme delle variabili di c a sinistra di un assegnamento. Dimostrare in dettaglio che se $x \notin \mathit{change}(c)$ allora

$$\mathcal{C}[\![\mathbf{while}\ x = 0\ \mathbf{do}\ c]\!]\sigma = (\sigma(x) = 0 \to \bot_{\Sigma_\bot}, \sigma).$$

Suggerimento: si dimostri prima il seguente lemma

$$x \notin \mathit{change}(c) \quad \Rightarrow \quad \mathcal{C}[\![c]\!]\sigma = \bot_{\Sigma_\bot} \text{ oppure } (\mathcal{C}[\![c]\!]\sigma)(x) = \sigma(x).$$

Esercizio 2 (6 punti)

Sia $(\mathcal{P}(\omega), \subseteq)$ il cpo costituito dall'insieme dei sottoinsiemi dei naturali ordinati per inclusione. Si consideri la funzione $f : \mathcal{P}(\omega) \to \mathcal{P}(\omega)$ definita come

$$f = \lambda S.\ (S \cup \{0, 1\}) \setminus \{2\}.$$

Si dimostri la verità o la falsità di

1. f è monotona;
2. f è continua;
3. f ha punti fissi (e nel caso f abbia punti fissi si dica quali sono).

Esercizio 3 (11 punti)

Si estenda la sintassi di HOFL lazy aggiungendo il costrutto di composizione $t_2 \circ t_1$, che, informalmente, rappresenta la composizione di funzioni. Per il nuovo costrutto di composizione "$\circ$" si definiscano

a) una regola di tipo;

b) la semantica operazionale, in modo che $t_2 \circ t_1$ si riduca immediatamente in forma canonica;

c) la semantica denotazionale.

Dimostrare che per ogni termine (chiuso) t i termini $(t_2 \circ t_1\ t)$ e $(t_2\ (t_1\ t))$

a) hanno lo stesso tipo;

b) sono equivalenti secondo la semantica operazionale.

Esercizio 4 (4 punti)

Si verifichi se il seguente termine HOFL è tipabile.

$$\lambda x.\ \lambda y.\ \lambda z.\ \mathbf{if}\ z\ \mathbf{then}\ (y\,x)\ \text{else}\ (x\,y).$$