Tecniche di Specifica e Dimostrazione

Prova scritta dell'8 giugno 2005

(Recupero 1^o compitino: Esercizi 1 e 2 Recupero 2^o compitino: Esercizi 3 e 4)

Esercizio 1 (8 punti)

Si estenda IMP con il costrutto **either** c_0 **or** c_1 avente la seguente semantica operazionale:

$$\frac{< c_0, \sigma > \rightarrow \sigma'}{< \textbf{either } c_0 \textbf{ or } c_1, \sigma > \rightarrow \sigma'} \qquad \frac{< c_1, \sigma > \rightarrow \sigma'}{< \textbf{either } c_0 \textbf{ or } c_1, \sigma > \rightarrow \sigma'}.$$

Si consideri quindi il comando:

$$w_n \ = \ \textbf{while } x \neq n \textbf{ do either } x := 2 \times x;\ y := y \times y \textbf{ or } x := 2 \times x + 1;\ y := k \times y \times y.$$

Si dimostri che, per ogni $\sigma, \sigma' \in \Sigma$ con $\langle w_n, \sigma \rangle \rightarrow \sigma'$

$$\text{se } \sigma(y) = k^{\sigma(x)} \qquad \text{allora } \sigma' = \sigma[n/x, k^n/y].$$

Esercizio 2 (7 punti)

Dato l'ordinamento parziale completo con bottom $(D, \sqsubseteq)$, si consideri la struttura $< \mathcal{S}, \subseteq >$, dove $\mathcal{S}$ e' la classe dei sottoinsiemi S *convessi* di D, cioe' tali che $d_1 \sqsubseteq d_2 \sqsubseteq d_3$ e $d_1, d_3 \in S$ implica $d_2 \in S$.
Si dimostri che $< \mathcal{S}, \subseteq >$ e' *(i)* un ordinamento parziale *(ii)* completo *(iii)* con bottom.

Esercizio 3 (10 punti)

Si modifichi la semantica di HOFL assumendo per il condizionale la seguente semantica operazionale:

$$\frac{t_0 \rightarrow 0 \quad t_1 \rightarrow c_1}{\textbf{if } t_0 \textbf{ then } t_1 \textbf{ else } t_2 \rightarrow \ c_1} \quad \frac{t_0 \rightarrow n \quad n \neq 0 \ t_2 \rightarrow c_2}{\textbf{if } t_0 \textbf{ then } t_1 \textbf{ else } t_2 \rightarrow \ c_2} \quad \frac{t_1 \rightarrow c \quad t_2 \rightarrow c}{\textbf{if } t_0 \textbf{ then } t_1 \textbf{ else } t_2 \rightarrow \ c}.$$

Si fornisca la corrispondente semantica denotazionale e si dimostri che anche per la semantica modificata $t \rightarrow c$ implica $[\![t]\!] = [\![c]\!]$. Si controlli infine che la semantica operazionale e quella denotazionale di **if** $rec\ x.x$ **then** 0 **else** 0 coincidono, mentre quelle di **if** $rec\ x.x$ **then** $\lambda x.0$ **else** $\lambda x.0 + 0$ sono diverse.

Esercizio 4 (5 punti)

Si consideri la semantica weak $p \stackrel{s}{\Rightarrow} q$ del CCS definita come:

$$p \stackrel{\varepsilon}{\Rightarrow} q \ \text{ se e solo se } p \stackrel{\tau}{\rightarrow} \ldots \stackrel{\tau}{\rightarrow} q \text{ or } p = q \qquad p \stackrel{s\lambda}{\Rightarrow} q \ \text{ se e solo se } p \stackrel{s}{\Rightarrow} \stackrel{\lambda}{\rightarrow} \stackrel{\varepsilon}{\Rightarrow} q$$

$$\begin{array}{rl} p\ \Phi(R)\ q \ = & p \stackrel{s}{\Rightarrow} p' \text{ implica } q \stackrel{s}{\Rightarrow} q' \text{ e } p'\ R\ q' \\ & q \stackrel{s}{\Rightarrow} q' \text{ implica } p \stackrel{s}{\Rightarrow} p' \text{ e } p'\ R\ q'. \end{array}$$

$$p \approx q \ \text{ iff } \ \exists R. R = \Phi(R) \text{ and } pRq.$$

Si dimostri che le seguenti proprietà valgono per tutti gli agenti p e q.

$$p + \tau.p \approx \tau.p \qquad \alpha.(p + \tau q) + \alpha.q \approx \alpha.(p + \tau q).$$

(Cenno: si rimpiazzi p e q con $\lambda_p.nil$ e $\lambda_q.nil$ e si dimostri l'equivalenza.)