Fondamenti dell'Informatica: Semantica

Prova scritta del 9 febbraio 2005

Esercizio 1 (8 punti)

Si estenda IMP con il comando

$$r \ = \ \textbf{repeat } c_0 \textbf{ test } b \textbf{ then } c_1$$

con la semantica informale di eseguire ripetutamente prima c_0, poi il test (si termina se risulta falso) ed infine c_1.

Si fornisca *(i)* la semantica operazionale e *(ii)* quella denotazionale del nuovo comando e si dimostri l'equivalenza

$$r \ \sim \ c_0 \ ; \ \textbf{if } b \textbf{ then } c_1; r \textbf{ else skip}$$

sia *(iii)* usando la semantica operazionale sia *(iv)* quella denotazionale.

Esercizio 2 (10 punti)

Sia $(\mathcal{P}(\omega), \subseteq)$ il cpo con bottom costituito dai sottoinsiemi dei naturali ordinati per inclusione. Ogni termine F della sintassi astratta

$$F \ ::= \ X \mid F \cup F \mid F \cap F \mid C \quad \text{con} \quad C \in \mathcal{P}(\omega)$$

rappresenta, in base alla seguente definizione per ricorsione strutturale

$$[\![X]\!](S) = S \quad [\![F_1 \cup F_2]\!](S) = [\![F_1]\!](S) \cup [\![F_2]\!](S) \quad [\![F_1 \cap F_2]\!](S) = [\![F_1]\!](S) \cap [\![F_2]\!](S) \quad [\![C]\!](S) = C$$

una funzione $[\![F]\!] : \ \mathcal{P}(\omega) \to \mathcal{P}(\omega)$.

Si dimostri per induzione strutturale che tutte le funzioni $[\![F]\!]$ sono (i) monotone (ii) continue.

Esercizio 3 (12 punti)

Si consideri il termine HOFL:

$$map \ = \ \lambda f. \ \lambda x. \ ((f \ fst(x)), (f \ snd(x)))$$

che prenda una funzione f e una coppia x e ritorna la coppia ottenuta applicando f ad entrambi gli elementi di x.

Si assegni a *map* il tipo piu' generale. Si consideri quindi il termine:

$$term \ = \ ((map \ \lambda z. \ z) \ (0, t)) \quad \text{con} \quad [\![t]\!]\rho = \lfloor 0 \rfloor$$

e se ne calcoli sia la forma canonica sia (per sommi capi) la semantica denotazionale.

Si forniscano infine due termini chiusi t_1 e t_2 tali che i termini $term[t_1/t]$ e $term[t_2/t]$ abbiano la stessa semantica denotazionale ma diverse forme canoniche.