Fondamenti dell'Informatica: Semantica

Prova scritta del 10 gennaio 2007

Esercizio 1 (9 punti)

Si fornisca la semantica operazionale e denotazionale del nuovo costrutto **IMP**:

$$\textbf{reverse } c_1 \textbf{ and } c_2 \textbf{ if } b$$

che esegue $c_1; c_2$ e valuta quindi il predicato b. In caso questo non sia soddisfatto, il comando da' come risultato la memoria cosi' ottenuta, altrimenti esegue $c_2; c_1$ con la memoria iniziale.

Si estenda la dimostrazione di equivalenza delle due semantiche a **IMP** con **reverse**, dimostrando i casi relativi al nuovo costrutto.

Esercizio 2 (7 punti)

Si consideri l'ordinamento parziale $< S, \subseteq >$, dove S e' la classe delle relazioni di equivalenza R sui numeri naturali (cioe' relazioni $R \subseteq \omega \times \omega$ dotate delle proprieta' simmetrica, riflessiva e transitiva) e $R_1 \subseteq R_2$ e' l'inclusione tra relazioni viste come insiemi di coppie.

1. Si dimostri che l'ordinamento parziale $< S, \subseteq >$ e' completo con bottom.
2. Si dimostri che, date due generiche relazioni di equivalenza R_1 ed R_2, il minimo dei maggioranti $R_1 \sqcup R_2$ e' sempre definito. Si osservi che $R_1 \sqcup R_2$ e' la chiusura transitiva di $R_1 \cup R_2$.
3. Sia $R_1 = \{(n, n+1) \mid n \textit{ pari}\}$ e $R_2 = \{(n, n+1) \mid n \textit{ dispari}\}$. Cosa vale $R_1 \sqcup R_2$?
4. Si dimostri che $\sqcup$ e' un'operazione continua in ciascuno dei due argomenti.

Esercizio 3 (10 punti)

Si consideri il termine HOFL lazy $\textit{uncurry} = \lambda f.\, \lambda x\, ((f\ \textit{fst}(x))\ \textit{snd}(x))$. e se ne calcoli il tipo più generale.
Si dimostri inoltre che se $f : \sigma \to \tau \to \rho$ e $x : \sigma * \tau$ allora $((f\ \textit{fst}(x))\ \textit{snd}(x))$ e $((\textit{uncurry}\ f)\ x)$ hanno lo stesso tipo e infine che per tutti gli f e gli x $((f\ \textit{fst}(x))\ \textit{snd}(x))$ e $((\textit{uncurry}\ f)\ x)$ hanno la stessa semantica operazionale.

Esercizio 4 (4 punti)

Si dimostri che la bisimilarità strong del CCS è una congruenza rispetto al prefisso e alla composizione parallela, cioè che:

$$p \simeq q \ \Rightarrow\ \mu.p \simeq \mu.q \qquad p \simeq q \ \Rightarrow\ p|r \simeq q|r.$$

(Cenno: in entrambi i casi, data una bisimulazione R tale che pRq, si costruisca partendo da R una relazione R' che si dimostri essere una bisimulazione e tale che $\mu.p\ R'\ \mu.q$ oppure $p|r\ R'\ q|r$.)