Fondamenti dell'Informatica: Semantica

Prova scritta del 10 luglio 1998

Coloro che intendono fare solo la prima parte devono svolgere gli esercizi 1 e 2.
Coloro che intendono fare solo la seconda parte devono svolgere gli esercizi 3 e 4.

Esercizio 1 (18 punti per la I parte) (9 punti per il compito intero)

Data una derivazione d, la sua *profondità* $p(d)$ è definita come segue:

$p(\emptyset/x) \;=\; 1$

$p(\{d_1, \ldots, d_k\}/x) \;=\; max\{p(d_1), \ldots, p(d_k)\} + 1.$

Si dimostri che la derivazione di

$< \text{while } x > 0 \text{ do } x := x - 1\ ,\ \sigma_0 > \to \sigma \text{ con } \sigma_0(x) = n \geq 0$

è profonda esattamente $n + 3$.

Esercizio 2 (12 punti per la I parte) (6 punti per il compito intero)

Un ordinamento parziale $(D, \sqsubseteq)$, con D insieme finito, è sempre completo? Dimostrare in dettaglio il risultato.

Esercizio 3 (20 punti per la II parte) (10 punti per il compito intero)

Si consideri il termine

$t \;=\; rec\ f.\ \lambda x.\ \text{if}\ x\ \text{then}\ (f\ (h\ x))\ \text{else}\ 1$

dove il tipo di h è $int \to int$.

a) Si dimostri che, per ogni n, o $(t\ n) \to 1$ oppure $(t\ n)$ non ha forma canonica.

b) Si dimostri sotto quali ipotesi necessarie e sufficienti $(t\ n)$ ha forma canonica per ogni n.

Esercizio 4 (10 punti per la II parte) (5 punti per il compito intero)

Si dimostri che il termine

$rec\ last.\ \lambda x.\ \text{if}\ snd(x)\ \text{then}\ fst(x)\ \text{else}\ (last\ snd(x))$

non è tipabile.