Fondamenti dell'Informatica: Semantica

Prova scritta del 14 Giugno 2000

(Recupero 1^o compitino: Esercizi 1 e 2 Recupero 2^o compitino: Esercizi 3 e 4)

Esercizio 1 (15 punti)

Si considerino le seguenti regole, dove m, n e k sono numeri naturali.

$$\frac{}{(m,m) \to m} \qquad \frac{(n,m) \to k}{(m,n) \to k} \ (m < n) \qquad \frac{(m-n,n) \to k}{(m,n) \to k} \ (m > n)$$

Si provi per induzione sulle regole che, per ogni $n, m, k \in \mathbb{N}$,

$$(m,n) \to k \qquad \Rightarrow \qquad k = \mathrm{mcd}(m,n).$$

Nota: $\mathrm{mcd}(m,n)$ indica il massimo comun divisore di m e n, ovvero, se $d|j$ significa che d è un divisore di j (cioè esiste h tale che $j = d * h$), allora

$$\mathrm{mcd}(n,m) =_{def} d \text{ tale che } d|m,\ d|n \text{ e per ogni } d' \text{ tale che } d'|m \text{ e } d'|n \text{ si ha } d' \leq d.$$

Esercizio 2 (15 punti)

Si verifichi se in **IMP** i seguenti comandi hanno la stessa denotazione per ogni scelta dei comandi c, c_0 e c_1 e dell'espressione booleana b:

1. c; (**if** b **then** c_1 **else** c_2) e **if** b **then** (c; c_1) **else** (c; c_2)
2. (**if** b **then** c_1 **else** c_2); c e **if** b **then** (c_1 ; c) **else** (c_2 ; c).

Esercizio 3 (18 punti)

Si aggiunga a **IMP** il nuovo comando

modify x **with** c

con il seguente significato informale: assegna a x il valore assunto da x nello stato ottenuto dall'esecuzione di c.

a) Si definisca la semantica operazionale del nuovo comando;

b) si definisca la semantica denotazionale del nuovo comando;

c) si estenda la prova di equivalenza fra le semantiche.

Esercizio 4 (12 punti)

Si calcoli la denotazione del termine HOFL nel caso lazy sviluppando eventuali calcoli di punto fisso.

$$((\lambda x.\ 33)(\ (\mathbf{rec} f.\lambda x.\ (f\,x)\ )33))$$