Fondamenti dell'Informatica: Semantica

Prova scritta del 18 Maggio 1999

Esercizio 1 (10 punti)

Si modifichi la semantica operazionale di IMP sostituendo la regola di esecuzione del comando **while** relativa al caso in cui la guardia è vera con la regola

$$\frac{\langle b, \sigma\rangle \to \mathit{true} \quad \langle \textbf{while } b \textbf{ do } c, \sigma\rangle \to \sigma'}{\langle \textbf{while } b \textbf{ do } c, \sigma\rangle \to \sigma'}$$

Per ogni comando c e coppia di stati $\sigma, \sigma' \in \Sigma$

a) si mostri che $\langle c, \sigma\rangle \to \sigma' \;\Rightarrow\; \mathcal{C}[\![c]\!]\sigma = \sigma'$,

b) si mostri, con un controesempio, che in generale $\mathcal{C}[\![c]\!]\sigma = \sigma' \;\not\Rightarrow\; \langle c, \sigma\rangle \to \sigma'$.

Esercizio 2 (6 punti)

Si definisca un termine HOFL *sum* tale che, per ogni intero $n \geq 0$:

$$(\mathit{sum}\ n) \to \sum_{i=0}^{n} (2 * i + 1)$$

Esercizio 3 (8 punti)

Si dica se i termini del linguaggio HOFL

$$t_1 \stackrel{def}{=} \lambda x_1.\, \lambda f_1.\, (f_1\, x_1) \qquad\qquad t_2 \stackrel{def}{=} \lambda f_2.\, \lambda x_2.\, (f_2\, x_2)$$

a) hanno lo stesso tipo per qualche assegnamento di tipi alle variabili;

b) hanno la stessa forma canonica.

Si mostri quindi che i termini

$$((t_1\, t_3)\, t_4) \qquad\qquad ((t_2\, t_4)\, t_3)$$

dove $t_3 : \textbf{int}$ e $t_4 : \textbf{int} \to \textbf{int}$ sono termini chiusi:

c) sono tipabili;

d) hanno lo stesso tipo;

e) o entrambi non hanno forma canonica oppure hanno la stessa forma canonica.

Esercizio 4 (6 punti)

Si dimostri che in HOFL lazy, dati comunque i temini t, t_0 (chiuso), l'ambiente ρ e la variabile x:

$$[\![((\lambda x.\, t) t_0)]\!]\rho = [\![t\left[{}^{t_0}/_{x}\right]]\!]\rho$$