Fondamenti dell'Informatica: Semantica

Prova scritta del 19 luglio 2001

(Recupero 1^o compitino: Esercizi 1 e 2 Recupero 2^o compitino: Esercizi 3 e 4)

Esercizio 1 (8 punti)

1. Si dimostri per induzione strutturale su a la proprietà
$$x \notin VAR(a) \quad \langle a, \sigma \rangle \rightarrow n \quad \langle a, \sigma[k/x] \rangle \rightarrow m \quad \Rightarrow \quad n = m.$$
2. Dati i comandi $c_1 = x_1 := a_1$ e $c_2 = x_2 := a_2$, si diano condizioni sufficienti affinchè $c_1; c_2$ e $c_2; c_1$ siano operazionalmente equivalenti e si dimostri tale proprietà.

Esercizio 2 (7 punti)

Si consideri la relazione $\langle D, \sqsubseteq \rangle$ con $D = \omega \cup \{\infty_1, \infty_2\}$ e

$$n \leq m \Rightarrow n \sqsubseteq m \quad n \sqsubseteq \infty_1 \quad \infty_1 \sqsubseteq \infty_1 \quad x \sqsubseteq \infty_2 \quad n, m \in \omega \;\; x \in D$$

Si dimostri che tale relazione è un ordinamento parziale completo con bottom.
Si consideri quindi la funzione f definita come $f(n) = n+1$, $f(\infty_1) = \infty_2$ e $f(\infty_2) = \infty_2$.
Tale funzione è monotona? È continua? Cosa vale $\bigsqcup_{i \in \omega} f^i(\perp)$? È il suo minimo punto fisso?

Esercizio 3 (8 punti)

Si consideri la seguente equazione:

$$[\![t]\!]\rho = \lfloor ([\![first(t)]\!]\rho \;,\; [\![snd(t)]\!]\rho) \rfloor.$$

Si determini il tipo di t ed i domini semantici a cui appartengono tutti i sottotermini dell'equazione, controllando che il membro destro ed il membro sinistro appartengano allo stesso dominio. Si faccia vedere quindi con un controesempio che l'equazione non vale. Si dimostri infine sotto quali condizioni essa vale.

Esercizio 4 (7 punti)

Si modifichi la semantica di HOFL assumendo per il condizionale la seguente semantica operazionale:

$$\frac{t_0 \rightarrow 0 \quad t_1 \rightarrow c_1 \quad t_2 \rightarrow c_2}{\textbf{if } t_0 \textbf{ then } t_1 \textbf{ else } t_2 \;\; \rightarrow \;\; c_1} \qquad \frac{t_0 \rightarrow n \;\; n \neq 0 \quad t_1 \rightarrow c_1 \quad t_2 \rightarrow c_2}{\textbf{if } t_0 \textbf{ then } t_1 \textbf{ else } t_2 \;\; \rightarrow \;\; c_2}.$$

Si dimostri che: i) $t \rightarrow c \;\Rightarrow\; [\![t]\!]\rho = [\![c]\!]\rho$; ii) $t\Downarrow \not\Rightarrow t\downarrow$ con un controesempio.