Fondamenti dell'Informatica: Semantica

Prova scritta del 20 Settembre 2000

Esercizio 1 (11 punti)

Si dimostri che, per ogni $c \in \mathbf{Com}$, $b \in \mathbf{Bexp}$, $\sigma, \sigma' \in \Sigma$,

$$\text{se } \langle \mathbf{while}\ b\ \mathbf{do}\ c, \sigma\rangle \to \sigma' \quad \text{allora} \quad \exists n.\ \langle c^n, \sigma\rangle \to \sigma',$$

dove c^n è definito induttivamente da $c^0 = \mathbf{skip}$ e per ogni n, $c^{n+1} = c; c^n$.

Esercizio 2 (11 punti)

Si consideri il dominio $V_{\mathbf{int}\to\mathbf{int}}$ (ovvero $[(\mathbf{N})_\perp \to (\mathbf{N})_\perp]$, il cpo delle funzioni continue sul lifting del dominio discreto degli interi).

1. Esistono catene infinite in $V_{\mathbf{int}\to\mathbf{int}}$? In caso affermativo se ne definisca esplicitamente una.
2. Il cpo $V_{\mathbf{int}\to\mathbf{int}}$ ha elemento minimo (bottom) $\perp_{V_{\mathbf{int}\to\mathbf{int}}}$? Qual è?
3. Fornire un termine HOFL la cui denotazione sia $\lfloor \perp_{V_{\mathbf{int}\to\mathbf{int}}} \rfloor \in (V_{\mathbf{int}\to\mathbf{int}})_\perp$.
4. Dato un dominio D, un elemento $d \in D$ si dice *massimale* in D se $\forall d' \in D.\ d \sqsubseteq d' \ \Rightarrow d = d'$.

   L'elemento $[\![\lambda x.\ \mathbf{if}\ x\ \mathbf{then}\ 1\ \mathbf{else}\ 1]\!]\rho \in (V_{\mathbf{int}\to\mathbf{int}})_\perp$ è massimale ?
5. Si caratterizzino gli elementi massimali di $(V_{\mathbf{int}\to\mathbf{int}})_\perp$.

Esercizio 3 (8 punti)

Si dimostri che i termini HOFL lazy

$$t_1 = ((rec f.\ \lambda x.\ \mathbf{first}(x, (f\ x)))\quad 3) \qquad \text{e} \qquad t_2 = 3$$

hanno

1. la stesso tipo
2. la stessa forma canonica.