

Tecniche di Specifica e Dimostrazione

Prova scritta del 23 luglio 2007

(Recupero 1° compito: Esercizi 1 e 2

Recupero 2° compito: Esercizi 3 e 4)

Esercizio 1 (8 punti)

Un *contesto* C del linguaggio IMP è definito dalla seguente sintassi:

$$C ::= _ \mid C; c \mid c; C \mid \mathbf{if} \ b \ \mathbf{then} \ C \ \mathbf{else} \ c \mid \mathbf{if} \ b \ \mathbf{then} \ c \ \mathbf{else} \ C \mid \mathbf{while} \ b \ \mathbf{do} \ C$$

Si assuma $\mathcal{C}[[c_1]] = \mathcal{C}[[c_2]]$ e si dimostri che $\mathcal{C}[[C[c_1/_]]] = \mathcal{C}[[C[c_2/_]]]$ per induzione strutturale su C . Si esaminino solo i casi relativi a $_$, $C; c$ e **while** b **do** C . Si concluda quindi che la relazione \equiv con $c_1 \equiv c_2 \Leftrightarrow \mathcal{C}[[c_1]] = \mathcal{C}[[c_2]]$ di equivalenza denotazionale è una congruenza rispetto alle operazioni dei comandi IMP.

Esercizio 2 (7 punti)

Data una segnatura Σ , si consideri la relazione $\sqsubseteq = <^*$ tra termini $t \in T_\Sigma$ in Σ che è la chiusura riflessiva e transitiva della relazione $<$ termine - sottotermini definita come $t_i < f(t_1, \dots, t_n)$, $1 \leq i \leq n$. Si dimostri che \sqsubseteq è un ordinamento parziale. Si faccia quindi vedere, al variare di Σ , quando tale ordinamento è completo e/o con bottom.

Esercizio 3 (9 punti)

Si estenda la semantica operativa di HOFL ai termini non chiusi, permettendo forme canoniche non chiuse e utilizzando esattamente le stesse regole di inferenza. Si faccia vedere un esempio di riduzione a forma canonica di un termine non chiuso e si dimostri quindi che le seguenti proprietà valgono ancora:

- (i) subject reduction: $t : \tau$ e $t \rightarrow c$ implica $c : \tau$;
- (ii) equivalenza operativa-denotazionale (a): $t \rightarrow c$ implica $\llbracket t \rrbracket \rho = \llbracket c \rrbracket \rho$ tenendo presente che il lemma di sostituzione vale per termini qualsiasi;
- (iii) (b) $t \Downarrow$ implica $t \Downarrow$, con $t \Downarrow \Leftrightarrow \forall \rho. \llbracket t \rrbracket \rho \neq \perp$;
- (iv) (c) $t_1 : \text{int} \rightarrow c_1$, $t_2 : \text{int} \rightarrow c_2$ e $\llbracket t_1 \rrbracket = \llbracket t_2 \rrbracket$ implica $c_1 = c_2$;
- (v): $t \rightarrow c$ implica $\llbracket t[\text{rec } z.z/x] \rrbracket \rho = \llbracket c[\text{rec } z.z/x] \rrbracket \rho$. (Cenno: si usi (ii) e il lemma di sostituzione)

Esercizio 4 (6 punti)

Si dimostrino le seguenti proprietà di bisimilarità:

$$p + q \simeq q + p \quad p|q \simeq q|p \quad (p|q)\backslash\alpha \simeq p|(q\backslash\alpha) \text{ se } \alpha \text{ non appare in } p \quad (p|q)\backslash\alpha \simeq p\backslash\alpha|q\backslash\alpha.$$

fornendo controesempi in caso negativo.