Fondamenti dell'Informatica: Semantica

Prova scritta del 25 Giugno 1998

Chi intende recuperare il primo compitino deve svolgere gli esercizi 1 e 2.
Chi intende recuperare il secondo compitino deve svolgere gli esercizi 3 e 4.

Esercizio 1 (10 punti)

a) Dimostare, per induzione sulle regole, che

$$\langle \textbf{while } b \textbf{ do } c,\ \sigma\rangle \longrightarrow \sigma' \quad \Longrightarrow \quad \langle b,\ \sigma'\rangle \longrightarrow \textbf{false}$$

b) Dimostrare che

$$\langle \textbf{while } b \textbf{ do } (\textbf{while } b \textbf{ do } c),\ \sigma\rangle \longrightarrow \sigma' \quad \Longleftrightarrow \quad \langle \textbf{while } b \textbf{ do } c,\ \sigma\rangle \longrightarrow \sigma'$$

Esercizio 2 (5 punti)

Dimostrare se, dato un generico CPO, esiste sempre il minimo dei maggioranti di ogni suo sottoinsieme (non necessariamente una catena).

Esercizio 3 (7 punti)

Una lista di interi è definita dalla seguente sintassi:

$$L \ ::= \ (n, 0) \mid (n, L)$$

Ad esempio, la lista con gli interi 3 e 5 è rappresentata dal termine $(3, (5, 0))$.
Si definisca un termine HOFL t (chiuso e tipabile) tale che l'applicazione $(t\ L)$ ad una lista L di 3 elementi ritorni l'ultimo elemento della lista.
È possibile dare un termine HOFL (chiuso e tipabile) che calcoli l'ultimo elemento di una generica lista di interi?

Esercizio 4 (8 punti)

Si calcoli la semantica denotazionale dei seguenti due termini HOFL, e si dimostri che **non** sono equivalenti:

$$t_0 = \lambda x.\, 1$$
$$t_1 = \textbf{rec } f.\ \lambda x.\, \textbf{if } x \textbf{ then } 1 \textbf{ else } (f\ (x - x))$$