Fondamenti dell'Informatica: Semantica

Prova scritta del 27 Giugno 2001

(Recupero 1^o compitino: Esercizi 1 e 2 Recupero 2^o compitino: Esercizi 3 e 4)

Esercizio 1 (8 punti)

Si dimostri che, per ogni $\sigma, \sigma' \in \Sigma$,

$$\langle \textbf{while } x \neq 0 \textbf{ do } (x := x - 1 \ ; \ z =: z \times y) \ , \sigma \rangle \to \sigma' \quad \Leftrightarrow$$

$$\sigma(x) \geq 0 \ \wedge \ \sigma' = \sigma[0/x, \sigma(z)\sigma(y)^{\sigma(x)}/z].$$

Si dimostri la parte $\Rightarrow$ per induzione sulle regole e la parte $\Leftarrow$ provando per induzione matematica che $\langle w, \sigma[n/x] \rangle \to \sigma[0/x, \sigma(z)\sigma(y)^n/z]$.

Esercizio 2 (7 punti)

1. Si definisca una specifica relazione $\mathcal{D} = (D, \prec)$ che sia aciclica ma non ben fondata.
2. La chiusura riflessiva e transitiva $\mathcal{D}' = (D, \sqsubseteq)$ della relazione inversa, cioè $x \sqsubseteq y$ se e solo se $y \prec^* x$, è un ordinamento parziale? E' completo?
3. Se gia' non lo è, fornire un altro esempio in cui $\mathcal{D}'$ sia completo.

Esercizio 3 (7 punti)

Modificare la semantica denotazionale del **while** come segue:

$$\mathcal{C}[\![\textbf{while } b \textbf{ do } c]\!] = \mathit{fix}\ \Gamma \qquad \Gamma\varphi\sigma = \mathcal{B}[\![b]\!]\sigma \ \to \ \varphi\sigma, \ \sigma.$$

Dimostrare quindi che vale $\mathcal{C}[\![c]\!]\sigma = \sigma' \ \Rightarrow \ \langle c \ , \sigma \rangle \to \sigma'$ e far vedere con un controesempio che non vale $\langle c \ , \sigma \rangle \to \sigma' \ \Rightarrow \ \mathcal{C}[\![c]\!]\sigma = \sigma'$.

Esercizio 4 (8 punti)

Si consideri il termine HOFL lazy

$$snd(((\lambda y.\ y)\ (((rec\ f.\ \lambda x.\ (f\ x))\ 3)\ ,\ 2))).$$

Se ne calcoli il tipo, la forma canonica e la semantica denotazionale.