Tecniche di Specifica e Dimostrazione

Prova scritta del 27 giugno 2006

(Recupero 1^o compitino: Esercizi 1 e 2 Recupero 2^o compitino: Esercizi 3 e 4)

Esercizio 1 (7 punti)

Si dimostri che, se $Var(b) \cap Vass(c) = \emptyset$, dove $Var(b)$ sono le locazioni presenti in b e $Vass(c)$ sono le locazioni assegnate in c, allora

$$\mathcal{C}[\![\textbf{while } b \textbf{ do } c]\!] = \mathcal{C}[\![\textbf{if } b \textbf{ then } (\textbf{while } \mathit{true} \textbf{ do skip}) \textbf{ else skip}]\!].$$

Cenno: Si assuma senza dimostrarlo che $(\mathcal{C}[\![c]\!]\sigma)(x) = \sigma(x)$ *se* $\mathcal{C}[\![c]\!]\sigma \neq \perp_{\Sigma_\perp}$ *e* $x \notin Vass(c)$*; e* $\mathcal{B}[\![b]\!]\sigma = \mathcal{B}[\![b]\!]\sigma'$ *se* $\sigma(x) = \sigma'(x)$ *per tutti gli* $x \in Var(b)$.

Esercizio 2 (8 punti)

Si consideri l'insieme PI delle funzioni parziali iniettive da ω a ω, con l'ordinamento $\sqsubseteq$ visto a lezione (inclusione degli insiemi di coppie, cioe' $f \sqsubseteq g$ se $Gr(f) \subseteq Gr(g)$, con $Gr(h) = \{< x, y > |h(x) = y\}$). Se identifichiamo una funzione f con il suo grafo $Gr(f)$, abbiamo che f parziale iniettiva significa che $< x, y >, < x, y' > \in f \Rightarrow y = y'$ e $< x, y >, < x', y > \in f \Rightarrow x = x'$.

Si dimostri quindi che $(PI, \sqsubseteq)$ e' un ordinamento parziale completo.

Si dimostri infine che la funzione $F : PI \to PI$ con $F(f) = \{< 2x, y > \mid < x, y > \in f\}$ e' monotona continua.

(Cenno: Si consideri F come calcolata dall'operatore $\hat{R}$ delle conseguenze immediate con R costituito dalla sola regola $< x, y > / < 2x, y >$.)

Esercizio 3 (9 punti)

Si consideri la seguente definizione ricorsiva:

$$f(x) = \textbf{if } x = 0 \textbf{ then } 1 \textbf{ else } 2 * f(x-1).$$

Si fornisca un termine t HOFL che corrisponda a tale definizione ricorsiva e se ne determini il tipo. Si calcoli quindi la semantica denotazionale $[\![t]\!]\rho$ di t e si dimostri che $n \geq 0 \Rightarrow \mathit{let}\ \varphi \Leftarrow [\![t]\!]\rho.\varphi\lfloor n \rfloor = \lfloor 2^n \rfloor$.

(*Cenno: Si ponga per l'approx. n-esima il valore* $d_n = \lfloor \lambda d'. \lfloor 0 \rfloor \underline{\leq}_\perp d' \underline{\leq}_\perp \lfloor n \rfloor \to \lfloor 2^{d'} \rfloor, \perp \rfloor$.)

Esercizio 4 (6 punti)

Per gli agenti CCS

$$p = \mathit{rec}\ x.(\beta.x + \alpha.\beta.x) \quad q = \mathit{rec}\ x.(\beta.x + \alpha.\mathit{rec}\ y.(\beta.y + \beta.x))$$

si ricavino, utilizzando le regole di inferenza, tutte le possibili transizioni. Si provi quindi che p e q non sono bisimilari e si mostri una formula della logica Hennessy-Milner che distingua tra di essi.