Tecniche di Specifica e Dimostrazione

Prova scritta del 29 giugno 2005

(Recupero 1^o compitino: Esercizi 1 e 2 Recupero 2^o compitino: Esercizi 3 e 4)

Esercizio 1 (8 punti)

1. Si dimostri per induzione strutturale sulle espressioni aritmetiche a la proprietà:

$$x \notin VAR(a) \quad \mathcal{A}[\![a]\!]\sigma = n \quad \mathcal{A}[\![a]\!]\sigma[k/x] = m \quad \Rightarrow \quad n = m.$$

2. Dati i comandi $c_1 = x_1 := a_1$ e $c_2 = x_2 := a_2$, si diano condizioni sufficienti affinchè $c_1; c_2$ e $c_2; c_1$ siano denotazionalmente equivalenti e si dimostri tale proprietà.

Esercizio 2 (7 punti)

Si consideri l'insieme $\mathcal{F} = N \to \{true, false, \bot\}$ delle funzioni dagli interi ai booleani più $\bot$, ordinato come segue:

$$f \sqsubseteq g \text{ se e solo se } \forall n. \exists b \in \{true, false\}. f(n) = b \Rightarrow g(n) = b.$$

Dimostrare che $(\mathcal{F}, \sqsubseteq)$ è un cpo con bottom e dire quali delle seguenti funzioni $\mathcal{F} \to \mathcal{F}$ sono monotone e quali continue:

$$\begin{array}{rcl} F & = & \lambda f.\ \lambda n.\ fn = \bot \to \bot, \neg fn \\ G & = & \lambda f.\ \lambda n.\ fn = \bot \to false, fn \\ H & = & \lambda f.\ (\forall n. fn \neq \bot) \to \lambda n.true, \lambda n.\bot. \end{array}$$

Esercizio 3 (10 punti)

Si consideri il seguente termine HOFL:

$$t = \textbf{rec}\ F.\ \lambda f.\ \lambda n.\ \textbf{if}\ (f\ n)\ \textbf{then}\ 0\ \textbf{else}\ ((F\ f)\ n).$$

Si determini il tipo più generale, la forma canonica e la semantica denotazionale di t. Si mostri infine un altro termine HOFL con la stessa semantica denotazionale di t ma con differente forma canonica.

Esercizio 4 (5 punti)

Si dimostri che la bisimilarità strong del CCS è una congruenza rispetto al prefisso e alla composizione parallela, cioè che:

$$p \simeq q \ \Rightarrow \ \mu.p \simeq \mu.q \qquad p \simeq q \ \Rightarrow \ p|r \simeq q|r.$$

(Cenno: in entrambi i casi, data una bisimulazione R tale che pRq, si costruisca partendo da R una relazione R' che si dimostri essere una bisimulazione e tale che $\mu.p\ R'\ \mu.q$ oppure $p|r\ R'\ q|r$.)