Fondamenti dell'Informatica: Semantica

Prova scritta del 31 gennaio 2006

Esercizio 1 (8 punti)

Modificare la semantica denotazionale del **while** come segue:

$$\mathcal{C}[\![\textbf{while } b \textbf{ do } c]\!] = \mathit{fix}\ \Gamma \qquad \Gamma\varphi\sigma = \mathcal{B}[\![b]\!]\sigma \ \rightarrow \ \varphi\sigma,\ \sigma.$$

Dimostrare quindi che vale $\mathcal{C}[\![c]\!]\sigma = \sigma' \ \Rightarrow \ \langle c\ ,\sigma\rangle \rightarrow \sigma'$ e far vedere con un controesempio che non vale $\langle c\ ,\sigma\rangle \rightarrow \sigma' \ \Rightarrow \ \mathcal{C}[\![c]\!]\sigma = \sigma'$.

Esercizio 2 (punti 8)

Sia

$$\mathcal{P} = \{(X,Y) \mid X, Y \text{insiemi di numeri naturali} \wedge X \cap Y = \emptyset\}$$

e per $(X,Y), (X',Y') \in \mathcal{P}$ sia

$$(X,Y) \sqsubseteq (X',Y') \text{ sse } X \subseteq X' \wedge Y' \subseteq Y$$

Si dimostri che

a) $(\mathcal{P}, \sqsubseteq)$ è un ordinamento parziale;

b) $(\mathcal{P}, \sqsubseteq)$ è completo.

Esercizio 3 (punti 9)

Si considerino i seguenti termini HOFL:

$$\begin{aligned} t_1 &= \textbf{rec } f.\ \lambda x.\ \textbf{if } x \textbf{ then } 0 \textbf{ else } (f\ x) - (f\ x) \\ t_2 &= \lambda x.\ \textbf{if } x \textbf{ then } 0 \textbf{ else } \textbf{rec } y.\ y - y. \end{aligned}$$

a) Si calcolino i tipi dei due termini.

b) Si calcolino le loro forme canoniche.

c) Si dimostri che i due termini hanno la stessa semantica denotazionale lazy.

d) Si applichino al caso specifico i risultati noti circa la corrispondenza tra semantica operazionale e denotazionale.

Esercizio 4 (5 punti)

Si considerino gli agenti CCS

$$A = \textbf{rec } x.\alpha.x \qquad \text{e} \qquad B = \textbf{rec } x.(\alpha.x|(\beta.nil)\backslash\beta).$$

Si rappresentino oppurtunamente gli stati $\{B_n\}_{n=1,2,\ldots}$ (in numero infinito) raggiungibili (anche con molti passi) da B.

Si dimostri quindi che la relazione $S \times S$ con $S = \{A, B\} \cup \{B_n\}_{n=1,2,\ldots}$ è un punto fisso dell'operatore di bisimulazione Φ visto a lezione:

$$\begin{aligned} p\ \Phi(R)\ q \ = \quad & p \xrightarrow{\mu} p' \text{ implies } q \xrightarrow{\mu} q' \text{ and } p'\ R\ q' \\ & q \xrightarrow{\mu} q' \text{ implies } p \xrightarrow{\mu} p' \text{ and } p'\ R\ q'. \end{aligned}$$

Si concluda infine dal risultato che A e B sono bisimilari.