Fondamenti dell'Informatica: Semantica

Prova scritta del 31 gennaio 2007

Esercizio 1 (9 punti)

Si considerino i comandi IMP:

$$w_1 = \textbf{while } b \textbf{ do } c \qquad w_2 = \textbf{if } b \textbf{ then } (\textbf{while } \mathit{true} \textbf{ do } c) \textbf{ else } (\textbf{while } \mathit{false} \textbf{ do } c).$$

Si individuino semplici espressioni booleane b e comandi c tali che le semantiche denotazionali di w_1 e w_2 siano (i) uguali, (ii) diverse e si calcolino tali semantiche. Assumendo $[\![w_1]\!] = \mathit{fix}\ \Gamma$, si dimostri quindi che la condizione $\Gamma(\bot) = \Gamma^2(\bot)$ è (iii) sufficiente (iv) necessaria affinchè le semantiche denotazionali di w_1 e w_2 siano uguali.

Esercizio 2 (9 punti)

Si consideri la coppia $(\wp(\omega), \sqsubseteq)$ dove $S_1 \sqsubseteq S_2$ sse $\forall n_1 \in S_1\ \exists n_2 \in S_2$ con $n_1 \leq n_2$. Si dimostri che $\sqsubseteq$ è un *preordine*, cioè gode della proprietà riflessiva e transitiva ma (con un controesempio) non della proprietà antisimmetrica. Si consideri quindi la relazione $\equiv$ con $S_1 \equiv S_2$ sse $S_1 \sqsubseteq S_2$ e $S_2 \sqsubseteq S_1$ e si dimostri che è una relazione di equivalenza. Si caratterizzino le classi $\mathcal{S}_n$ di insiemi con $S \in \mathcal{S}_n$ sse $S \equiv \{n\}$. Si dica infine se $\bigcup_{n\in\omega} \mathcal{S}_n = \wp(\omega)$ e in caso contrario si determini cosa vale $\wp(\omega) - \bigcup_{n\in\omega} \mathcal{S}_n$.

Esercizio 3 (6 punti)

Si consideri il termine *HOFL* $\quad t = \lambda\, x.(x\, x)$. Si dimostri che non è tipabile. Si tenti comunque di portare in forma canonica l'applicazione $(t\, t)$. Sapendo che i termini *HOFL* senza ricorsione hanno tutti forma canonica, si concluda anche per questa via che il termine dato non e' tipabile.

Esercizio 4 (6 punti)

Si consideri la semantica weak $p \overset{s}{\Rightarrow} q$ del CCS definita come:

$$p \overset{\varepsilon}{\Rightarrow} q \text{ se e solo se } p \overset{\tau}{\to} \dots \overset{\tau}{\to} q \text{ or } p = q \qquad p \overset{s\lambda}{\Rightarrow} q \text{ se e solo se } p \overset{s}{\Rightarrow}\overset{\lambda}{\to}\overset{\varepsilon}{\Rightarrow} q$$

$$\begin{aligned} p\ \Phi(R)\ q \ = \quad & p \overset{s}{\Rightarrow} p' \text{ implica } q \overset{s}{\Rightarrow} q' \text{ e } p'\ R\ q' \\ & q \overset{s}{\Rightarrow} q' \text{ implica } p \overset{s}{\Rightarrow} p' \text{ e } p'\ R\ q'. \end{aligned}$$

$$p \approx q \text{ iff } \exists R. R = \Phi(R) \text{ and } pRq.$$

Si dimostri che le seguenti proprietà valgono per tutti gli agenti p e q.

$$p + \tau.p \approx \tau.p \qquad \alpha.(p + \tau q) + \alpha.q \approx \alpha.(p + \tau q).$$

(Cenno: si rimpiazzi p e q con $\lambda_p.nil$ e $\lambda_q.nil$ e si dimostri l'equivalenza.)