



**DIMOSTRAZIONE DI
IMPLICAZIONI
TAUTOLOGICHE:
Esercizi tratti dalla lezione**

**Corso di Logica per la Programmazione
A.A. 2010/11**

Andrea Corradini

AMBIGUITA' DELLA GRAMMATICA DEL CALCOLO PROPOSIZIONALE

- Mostrare che $P \Rightarrow (\sim P \Rightarrow Q)$ è una tautologia, mentre $(P \Rightarrow \sim P) \Rightarrow Q$ non lo è.



OCCORRENZE POSITIVE E NEGATIVE: ESEMPI

- Come occorre **p** nelle seguenti proposizioni?
 - $(q \wedge p \wedge r) \vee s$
 - $q \Rightarrow \sim(p \wedge r)$
 - $(\sim p \wedge q \Rightarrow r) \Rightarrow s$
 - $\sim p \wedge q \Rightarrow (r \Rightarrow s)$
 - $p \wedge q \Rightarrow p \vee q$
- Se ci sono più occorrenze di **p**, indicheremo esplicitamente quale ci interessa.
 - $\mathbf{p} \Rightarrow (q \vee p \Rightarrow q \vee \sim s)$
 - $p \Rightarrow (q \vee \mathbf{p} \Rightarrow q \vee \sim s)$



ALTRE TECNICHE DI DIMOSTRAZIONE

- Dimostrare che le seguenti proposizioni sono tautologie

- $p \Rightarrow q \equiv \sim q \Rightarrow \sim p$ (Controposizione)

- $p \equiv (\sim p \Rightarrow \mathbf{F})$ (Dimostrazione per Assurdo)

- $p \Rightarrow q \equiv (p \wedge \sim q \Rightarrow \mathbf{F})$ (Dimostrazione per Assurdo)

- Dimostrazione per casi:

$$(p \Rightarrow q) \wedge (\sim p \Rightarrow q) \Rightarrow q \quad (1)$$

$$(p \vee r) \Rightarrow ((p \Rightarrow q) \wedge (r \Rightarrow q) \Rightarrow q) \quad (2)$$

- $(p \Rightarrow q) \wedge (r \Rightarrow s) \Rightarrow (p \wedge r \Rightarrow q \wedge s)$ (Sempl.- \Rightarrow)



ALTRE TAUTOLOGIE UTILI

- Dimostrare che le seguenti proposizioni sono tautologie
- $(p \Rightarrow \sim p) \equiv \sim p$ (Riduzione ad Assurdo)
- $p \wedge q \Rightarrow r \equiv p \wedge \sim r \Rightarrow \sim q$ (Scambio)
- $((p \Rightarrow q) \wedge \sim q) \Rightarrow \sim p$ (Tollendo Tollens)
- $(p \equiv q) \equiv (p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q)$ (Elim- \equiv -bis)
- $(p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r) \equiv (p \Rightarrow q \wedge r)$ (Sempl.Destra- \Rightarrow)
- $(p \Rightarrow q) \vee (p \Rightarrow r) \equiv (p \Rightarrow q \vee r)$
- $(p \Rightarrow r) \vee (q \Rightarrow r) \equiv (p \wedge q \Rightarrow r)$ (Sempl.Sinistra- \Rightarrow)
- $(p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r) \equiv (p \vee q \Rightarrow r)$
- $p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \equiv (p \wedge q \Rightarrow r)$ (Sempl.Sinistra-2 \Rightarrow)



FORME NORMALI

- Ridurre le seguenti proposizioni in forma normale congiuntiva e disgiuntiva:
- $(p \Rightarrow \sim q) \equiv \sim r$
- $(p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r) \Rightarrow s$

