



REGOLE DI INFERENZA PER TRIPLE DI HOARE: COMANDO CONDIZIONALE

**Corso di Logica per la Programmazione
A.A. 2012/13**

REGOLA PER IL COMANDO CONDIZIONALE

- Ricordiamo il significato informale del comando condizionale:
 - L'esecuzione di **if E then C1 else C2 fi** a partire da σ porta nello stato σ' che si ottiene dall'esecuzione di **C1** in σ , se $E(E, \sigma) = tt$, e dall'esecuzione di **C2** in σ , se $E(E, \sigma) = ff$
- Per verificare una tripla che ha come comando un **if-then-else** possiamo usare la regola seguente:

$$\frac{P \Rightarrow def(E) \quad \{P \wedge E\} C1 \{Q\} \quad \{P \wedge \sim E\} C2 \{Q\}}{\{P\} \text{ if E then C1 else C2 fi } \{Q\}} \quad (\text{IF})$$

- La correttezza della regola segue dal confronto con il significato informale del condizionale



ESERCIZIO

- Si verifichi la seguente tripla:

$\{m = 0\}$

if $x < y$

then $m := y$

else $m := x$

fi

$\{m = \max(x, y)\}$



SOLUZIONE

Verificare la seguente tripla:

○ Per la **Regola per il Condizionale**, dobbiamo mostrare:

1) $m = 0 \Rightarrow \text{def}(x < y)$

2) $\{m = 0 \wedge x < y\} m := y \{m = \max(x, y)\}$

3) $\{m = 0 \wedge x \geq y\} m := x \{m = \max(x, y)\}$

○ Il punto 1) è facile.

○ Per il 2), usando la **Regola per l'Assegnamento** occorre mostrare:

• $m = 0 \wedge x < y \Rightarrow \text{def}(y) \wedge (m = \max(x, y))[y/m]$

○ Analogamente, per il 3) occorre mostrare:

• $m = 0 \wedge x \geq y \Rightarrow \text{def}(x) \wedge (m = \max(x, y))[x/m]$

○ **Esercizio:** completare la dimostrazione

```
{m = 0}
  if x < y
    then m := y
    else m := x
  fi
{m = max(x, y)}
```



ESEMPIO

- Si verifichi la seguente tripla:

$$\{x \geq 0 \wedge y = (\sum i: i \in [0,x) \wedge i \% 6 = 0. i)\}$$

if $x \% 6 = 0$

then $y := y + x$

else skip fi

$$\{x \geq 0 \wedge y = (\sum i: i \in [0,x] \wedge i \% 6 = 0. i)\}$$

- Suggerimento: usare la legge dell'intervallo per Σ :

$$(\sum x : x \in [a,b] \wedge P.E) =$$

$$(\sum x : x \in [a,b) \wedge P.E) + E[b/x] \quad \text{se } P[b/x]$$

$$(\sum x : x \in [a,b) \wedge P.E) \quad \text{se } \sim P[b/x]$$

- L'esempio è parte dell'es. 5 del compito del 7/2/2012. La soluzione è scaricabile da <http://www.di.unipi.it/~andrea/Didattica/LPP-A-11/>



ESERCIZIO

Verificare la seguente tripla:

- Per la **Regola per la Sequenza**, dobbiamo trovare una asserzione **R** tale che:
 - 1) $\{ x = 5 \} x := 3 \{ \mathbf{R} \}$
 - 2) $\{ \mathbf{R} \} \text{ if } (x=3) \text{ then } y := 7 \text{ else } y := 5 \text{ fi } \{ x=3 \wedge y=7 \}$
- A differenza di altri esempi, qui non possiamo usare l'assioma dell'assegnamento per trovare **R**.
- Un candidato naturale per **R** è $\{ x = 3 \}$. Infatti con questa asserzione (e con un po' di attenzione) sia 1) che 2) sono facilmente dimostrabili.
- **Esercizio**: completare la dimostrazione

```
{ x = 5 }  
  x := 3 ;  
  if ( x = 3 )  
    then   y := 7  
    else   y := 5  
  fi  
{ x = 3 ∧ y = 7 }
```

