LOGICA PER LA PROGRAMMAZIONE - a.a. 2013-2014
Prima prova di verifica intermedia - 7/11/2013

Attenzione: Scrivere **nome**, **cognome**, **matricola** e **corso IN ALTO A DESTRA** su ogni foglio che si consegna.

ESERCIZIO 1
Si provi che le seguenti proposizioni sono tautologie, senza usare le tabelle di verità né dimostrazioni per casi:

1. $\neg\big((\neg Q \vee P) \Rightarrow ((Q \vee R) \wedge \neg R)\big) \equiv (P \wedge R) \vee \neg Q$
2. $(P \Rightarrow Q) \Rightarrow ((Q \Rightarrow R) \Rightarrow (P \Rightarrow R))$

ESERCIZIO 2
Per ognuna delle seguenti formule dire se si tratta di una tautologia oppure no. Se è una tautologia fornire una dimostrazione (non per casi) altrimenti fornire un controesempio.

1. $(R \Rightarrow P \wedge Q) \;\Rightarrow\; (R \wedge P \Rightarrow Q \vee P)$
2. $(Q \wedge R) \vee (\neg Q \wedge P) \Rightarrow (P \vee Q \Rightarrow R \wedge Q)$

ESERCIZIO 3
Per il seguente enunciato dichiarativo si fornisca un alfabeto del primo ordine, una corrispondente interpretazione sul dominio delle persone e una formula del primo ordine che lo formalizzi:

"Mario è zio di Lucia se è il fratello di sua madre o di suo padre"

ESERCIZIO 4
Si formalizzi il seguente enunciato dichiarativo usando l'interpretazione standard sui naturali:

"Ci sono dei numeri pari maggiori di zero che non sono uguali alla somma di due numeri dispari diversi"

ESERCIZIO 5
Calcolare, motivando la risposta, il valore di verità della formula

$$\Phi = (\exists x\,.\,R(x) \wedge (\forall y\,.\,S(y,x) \vee R(y)))$$

nell'interpretazione $I = (D, \alpha)$ dove $D = \{*, \#, o\}$ ed α è definita come segue:

$$\alpha(R)(z) = \begin{cases} T & \text{se } z \in \{*, \#\}, \\ F & \text{altrimenti.} \end{cases} \qquad \alpha(S)(z,v) = \begin{cases} T & \text{se } (z,v) \in \{(*,*), (o,\#), (\#,*)\} \\ F & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Calcolare cioè $I_{\rho_0}(\Phi)$ usando le regole della semantica del prim'ordine, dove ρ_0 è un assegnamento arbitrario.