

LOGICA PER LA PROGRAMMAZIONE (A,B) - a.a. 2013-2014

Terzo Appello - 13/06/2014

Attenzione: Scrivere **nome, cognome, matricola e corso** in alto a destra su ogni foglio che si consegna.

ESERCIZIO 1

Dire se la seguenti proposizioni sono tautologie oppure no, giustificando formalmente la risposta, ma senza usare tabelle di verità:

$$(P \Rightarrow Q \vee \neg R) \Rightarrow (\neg Q \Rightarrow \neg P \wedge R)$$

$$(P \Rightarrow Q \vee S) \wedge (\neg R \Rightarrow \neg Q \wedge \neg S) \Rightarrow R \vee \neg P$$

ESERCIZIO 2

Si formalizzi il seguente enunciato usando l'alfabeto con simboli di costante $C = \{Carlo\}$, simboli di predicato $P = \{fratelli(-, -)\}$ e simboli di funzione $F = \{padre(-)\}$, rispetto all'interpretazione fissata $I = (\mathcal{P}, \alpha)$ dove \mathcal{P} è l'insieme delle persone, $\alpha(Carlo)$ è una persona di nome Carlo, $\alpha(padre(p))$ è il padre della persona p , e $\alpha(fratelli(p, q))$ è vera se e solo se p e q sono fratelli:

“Se il padre di Carlo non ha fratelli, allora il nonno paterno di Carlo ha un solo figlio”

ESERCIZIO 3

Si provi che la seguente formula è valida (A e B contengono la variabile libera x):

$$(\forall x. \neg(B \Rightarrow \neg A)) \vee \neg(\exists x. A \vee (\neg B \Rightarrow A)) \Rightarrow (\forall x. A \Rightarrow B)$$

ESERCIZIO 4

Assumendo **a: array [0, n] of nat** con $n \geq 0$ si formalizzi il seguente enunciato:

“Nell'array **a**, la somma degli elementi di posizione pari è maggiore di ognuno degli elementi dispari.”

ESERCIZIO 5

Si verifichi la seguente tripla di Hoare (assumendo **a: array [0, n] of int**):

$$\{k \in [0, n) \wedge (\forall x. x \in [0, k) \wedge (x \% 2 = 0) \Rightarrow a[x] > 0)\}$$

if ($k \bmod 2 = 1$)

then $a[k] := -1$

else $a[k] := 1$

fi

$$\{(\forall x. x \in [0, k) \wedge (x \% 2 = 0) \Rightarrow a[x] > 0)\}$$

ESERCIZIO 6

Si assuma che il linguaggio di programmazione introdotto a lezione sia esteso con un operatore binario **min**, che applicato a due valori interi restituisce il minimo fra i due, e tale che $def(\mathbf{min}(E_1, E_2)) \equiv def(E_1) \wedge def(E_2)$. Si consideri il seguente programma annotato, dove **a: array [0, n] of int**:

$$\{n > 0\}$$

$w := a[n - 1]; x := n - 2;$

$$\{\mathbf{Inv} : x \in [-1, n - 1) \wedge w = (\mathbf{min} \ i : i \in (x, n). a[i])\}\{\mathbf{t}: x\}$$

while ($x \geq 0$) **do**

$w := \mathbf{min}(w, a[x]); x := x - 1$

endw

$$\{w = (\mathbf{min} \ i : i \in [0, n). a[i])\}$$

Scrivere e dimostrare l'ipotesi di invarianza.