LOGICA PER LA PROGRAMMAZIONE - a.a. 2013-2014
Esercitazione del 31/10/2013

ESERCIZIO 1
Si provi che le seguenti proposizioni sono tautologie, senza usare le tabelle di verità:

1. $((P \wedge Q) \Rightarrow R) \wedge \neg R \quad \equiv \quad (P \vee R) \Rightarrow \neg(Q \vee R)$
2. $\neg P \wedge (R \Rightarrow \neg(P \Rightarrow Q)) \quad \Rightarrow \quad \neg R$
3. $\neg\big((P \Rightarrow Q \vee R) \Rightarrow \neg(Q \Rightarrow R)\big) \Rightarrow (P \Rightarrow R)$

ESERCIZIO 2
Per ognuna delle seguenti formule dire se si tratta di una tautologia oppure no, fornendo un controesempio o una prova della tautologia:

1. $(Q \Rightarrow S) \wedge (\neg Q \Rightarrow R) \Rightarrow (R \Rightarrow S)$
2. $(P \wedge R) \vee (\neg P \wedge Q) \Rightarrow (\neg R \Rightarrow Q)$

ESERCIZIO 3
Per ognuno dei seguenti enunciati dichiarativi si fornisca un alfabeto del primo ordine, una corrispondente interpretazione su dominio delle persone e una formula del primo ordine che lo formalizzi:

1. "Non tutti i nipoti di Adele sono fratelli"
2. "Ogni senatore ha un segretario, ma alcuni ne hanno più di uno"

ESERCIZIO 4
Si formalizzino i seguenti enunciati dichiarativi usando l'interpretazione standard sui naturali:

1. "Un numero è divisibile per 10 se e solo se è divisibile per 2 e per 5"
2. (Congettura di Golbach) "Ogni numero pari maggiore di due è la somma di due numeri primi"

ESERCIZIO 5

Calcolare, motivando la risposta, il valore di verità della formula

$$\Phi = (\forall x \,.\, P(x) \vee (\exists y \,.\, Q(y,x)))$$

nell'interpretazione $I = (D, \alpha)$ dove $D = \{a, b, c\}$ ed α è definita come segue:

$$\alpha(P)(z) = \begin{cases} T & \text{se } z = a \text{ o } z = c, \\ F & \text{altrimenti.} \end{cases} \qquad \alpha(Q)(z,v) = \begin{cases} T & \text{se } (z,v) \in \{(a,b),(a,c)\} \\ F & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Calcolare cioè $I_{\rho_0}(\Phi)$ usando le regole della semantica del prim'ordine, dove ρ_0 è un assegnamento arbitrario.