LOGICA PER LA PROGRAMMAZIONE (A,B) - a.a. 2016-2017
Terzo Appello - 19/06/2017

Attenzione: Scrivere **nome**, **cognome**, **matricola** e **corso** in alto a destra su ogni foglio che si consegna.

ESERCIZIO 1
Si dica se le seguenti proposizioni sono tautologie oppure no. Se una proposizione è una tautologia, lo si deve dimostrare senza usare le tabelle di verità; altrimenti va prodotto un controesempio mostrando esplicitamente che rende la formula falsa.

1. $(\neg P \Rightarrow Q) \wedge (\neg R \Rightarrow \neg Q \vee S) \wedge \neg R \;\Rightarrow\; \neg(P \wedge \neg S)$
2. $\neg(P \Rightarrow (R \vee S) \wedge (P \vee \neg S)) \;\Rightarrow\; (R \Rightarrow \neg S)$

ESERCIZIO 2
Si formalizzi il seguente enunciato usando l'alfabeto con simboli di predicato $\mathcal{P} = \{citta(\_), stato(\_), capitale(\_,\_)\}$, rispetto all'interpretazione fissata $(\mathcal{D}, \alpha)$, dove $\mathcal{D}$ è l'insieme di tutte le città e di tutti gli stati, e

- $\alpha(citta)(d)$ è vera se e solo se d è una città,
- $\alpha(stato)(d)$ è vera se e solo se d è uno stato,
- $\alpha(capitale)(b, d)$ è vera se e solo se b è la capitale di d.

"Tutti gli stati hanno una città che è capitale ma esiste una città che non è capitale di nessuno stato."

ESERCIZIO 3
Si provi che la seguente formula è valida (P, Q, R e S contengono la variabile libera x):

$$(\forall x . \neg P \wedge \neg S) \wedge (\exists x . \neg(R \wedge \neg(Q \wedge \neg S)) \Rightarrow P) \;\Rightarrow\; (\exists x . R) \wedge \neg(\forall x . Q)$$

ESERCIZIO 4
Si formalizzi il seguente enunciato (assumendo **a, b: array [0, n) of int**):

"Ogni elemento dell'array **b** contiene la somma degli elementi dell'array **a**
con indice maggiore o uguale al suo che si trovano in posizione pari."

ESERCIZIO 5
Si consideri il seguente programma annotato (assumendo **a: array [0, k) of int**):

$\{k > 0\}$
$\quad y := 1;\ m := a[0];$
$\{\mathsf{Inv} :\ y \in (0, k] \wedge m = \big(\mathbf{max}\ i : i \in [0, y) . a[i]\big)\}\{\text{t: } k - y\}$
$\quad$ `while` $(y < k)$ **do**
$\quad\quad$ `if` $(a[y] > m)$
$\quad\quad\quad$ `then` $m := a[y]$
$\quad\quad\quad$ `else skip fi`;
$\quad\quad y := y + 1$
$\quad$ **endw**
$\{m = \big(\mathbf{max}\ i : i \in [0, k). a[i]\big)\}$

Scrivere e dimostrare l'ipotesi di invarianza.

ESERCIZIO 6
Si verifichi la seguente tripla di Hoare (assumendo **a: array [0, m) of int**):

$\{y \in [1, m) \;\wedge\; \big(\forall i . i \in [1, y) \Rightarrow a[i] \geq 3 * a[i-1]\big)\}$
$\quad a[y] := 3 * a[y-1] + 2$
$\{\big(\forall i . i \in [1, y] \Rightarrow a[i] \geq 3 * a[i-1]\big)\}$