



DIMOSTRAZIONI DI TAUTOLOGIE: Esercizi proposti a lezione

Corso di Logica per la Programmazione

A.A. 2010/11

Andrea Corradini

LEGGI PER L'EQUIVALENZA (\equiv)

- Mostrare che le seguenti proposizioni sono tautologie, usando le tabelle di verità
- $p \equiv p$ (Riflessività)
- $(p \equiv q) \equiv (q \equiv p)$ (Simmetria)
- $((p \equiv q) \equiv r) \equiv (p \equiv (q \equiv r))$ (Associatività)



LEGGI PER CONGIUNZIONE E DISGIUNZIONE

- Mostrare che le seguenti proposizioni sono tautologie, usando le tabelle di verità

$$p \vee q \equiv q \vee p \quad (\text{Commutatività})$$

$$p \wedge q \equiv q \wedge p$$

$$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r \quad (\text{Associatività})$$

$$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r$$

$$p \vee p \equiv p \quad (\text{Idempotenza})$$

$$p \wedge p \equiv p$$

$$p \wedge \mathbf{T} \equiv p \quad (\text{Unità})$$

$$p \wedge \mathbf{F} \equiv \mathbf{F} \quad (\text{Zero})$$

$$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r) \quad (\text{Distributività})$$

$$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$



LEGGI DELLA NEGAZIONE

- Mostrare che le seguenti proposizioni sono tautologie, usando le tabelle di verità

$\sim(\sim p) \equiv p$ (Doppia negazione)

$p \vee \sim p \equiv \mathbf{T}$ (Terzo escluso)

$p \wedge \sim p \equiv \mathbf{F}$ (Contraddizione)

$\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$ (De Morgan)

$\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$

$\sim\mathbf{T} \equiv \mathbf{F}$ (**T:F**)

$\sim\mathbf{F} \equiv \mathbf{T}$ (**F:T**)



COME POSSIAMO ESSERE CERTI DELLA RISPOSTA?

○ Esercizio: mostrare che (2), (3) e (4) **non sono tautologie**

1) $((C \Rightarrow A) \wedge (A \Rightarrow B)) \Rightarrow (C \Rightarrow B)$

2) $((C \Rightarrow A) \wedge (A \Rightarrow B)) \Rightarrow (\sim A \wedge \sim B \wedge \sim C)$

3) $((C \Rightarrow A) \wedge (A \Rightarrow B)) \Rightarrow (B \Rightarrow C)$

4) $((C \Rightarrow A) \wedge (A \Rightarrow B)) \Rightarrow (\sim C \Rightarrow \sim B)$



INSIEMI FUNZIONALMENTE COMPLETI DI CONNETTIVI LOGICI

- **Esercizio:** Mostrare che $\{\wedge, \sim\}$, $\{\vee, \sim\}$ e $\{\Rightarrow, \sim\}$ sono funzionalmente completi
- Si consideri il connettivo proposizionale binario **nand** la cui semantica è definita dalla seguente tabella di verità:

p	q	p nand q
T	T	F
T	F	T
F	T	T
F	F	T

- Si provi che l'insieme $\{\mathbf{nand}\}$ è funzionalmente completo.

