LOGICA PER LA PROGRAMMAZIONE (A,B) - a.a. 2011-2012
Esercitazione del 29/11/2011

Attenzione: Scrivere **nome**, **cognome**, **matricola** e **corso** in alto a destra su ogni foglio che si consegna.

ESERCIZIO 1
Si provi che le seguenti proposizioni sono tautologie:

1. $((P \Rightarrow Q) \vee (R \Rightarrow S)) \equiv ((P \Rightarrow S) \vee (R \Rightarrow Q))$
2. $((P \vee Q) \Rightarrow (R \wedge S)) \Rightarrow ((P \Rightarrow S) \vee (Q \Rightarrow R))$
3. $(P \wedge Q) \wedge (\neg Q \Rightarrow R) \Rightarrow (P \vee R)$

ESERCIZIO 2
Utilizzando la logica del prim'ordine si formalizzino i seguenti enunciati dichiarativo, indicando esplicitamente l'interpretazione intesa.

1. "Il prodotto di un numero per un suo divisore è minore o uguale del suo quadrato"
2. "Non tutti i nipoti di uno stesso nonno sono fratelli"

ESERCIZIO 3
Si provi che le seguenti formule sono valide (P, Q, R e S contengono la variabile libera x)

1. $(\forall x.P \Rightarrow Q) \wedge (\forall x.\neg P \Rightarrow R) \Rightarrow \neg(\exists x.\neg R \wedge \neg Q)$
2. $(\forall x.R \Rightarrow Q) \wedge (\exists x.\neg S \wedge R) \Rightarrow \neg(\forall x.Q \Rightarrow S)$

ESERCIZIO 4
Usando la definizione di semantica della logica del prim'ordine, mostrare che la formula

$$(\exists x.Q(x) \wedge (\forall y.P(x,y)))$$

è vera nell'interpretazione $I = (D, \alpha)$ dove $D = \{a, b\}$ ed α è definita come segue:

$$\alpha(P)(x,y) = \begin{cases} T & \text{se } x = a \text{ e } y = a \text{ oppure } x = a \text{ e } y = b, \\ F & \text{altrimenti.} \end{cases} \qquad \alpha(Q)(x) = \begin{cases} T & \text{se } x = a \text{ oppure } x = b, \\ F & \text{altrimenti.} \end{cases}$$