

Specifica Astratta: Raffinamento del 21/3 (1)

- Obiettivo Generale: Programma di Ordinamento
- Obiettivo Specifico: Quicksort per sequenze ordinabili
- Vincoli:
 - Una sequenza c di valori ordinabili t
 - Sia $\mathbf{Seq}(t)$ il tipo sequenze di t . Allora, $c: \mathbf{Seq}(t)$ ¹
 - Sia \mathbf{Ord}_t , l'ordinamento totale considerato. Per ogni $v1 \neq v2$ di tipo t , $(v1, v2) \in \mathbf{Ord}_t$ oppure $(v2, v1) \in \mathbf{Ord}_t$.
- Soluzione/Algoritmo:
 - Sia cc la sequenza corrente da ordinare
 - Sia a di tipo t , un elemento di separazione per cc
 - Dividiamo cc in due sottosequenze cLE e cGT separate da a
 - Ripetere [a]-[d] su ogni sottosequenza non singoletta, ottenuta al passo [c] se presente.
 - Terminiamo, presentando la sequenza ottenuta.
- Usiamo:

¹ Usiamo la notazione $x:t$, per indicare che x è un termine di tipo t . Useremo anche, $t_1 \times \dots \times t_n \rightarrow t$ per indicare un tipo funzione con n parametri di tipo t_i e immagine di tipo t .

Specifica Astratta: Raffinamento del 21/3 (1)

- Obiettivo Generale: Programma di Ordinamento
- Obiettivo Specifico: Quicksort per sequenze ordinabili
- Vincoli:
- Soluzione/Algoritmo:
- Usiamo:
 - Elemento di Separazione. Sia u : **Seq**(t). Sia $\text{Set}(u)$ l'insieme di tutti i valori che occorrono in u . Il separatore di u è un valore $v_u : t$ tale che, siano:
 - + $\text{LE}_{u,v_u} = \{v \in \text{Set}(u) \mid v \equiv v_u \text{ oppure } (v, v_u) \in \text{Ord}\}$,
 - + $\text{GT}_{u,v_u} = \{v \in \text{Set}(u) \mid (v_u, v) \in \text{Ord}\}$Allora, $\text{LE}_{u,v_u} \neq \{\} \neq \text{GT}_{u,v_u}$.

- Usiamo (continua):
 - Elemento di Separazione (continua)
 - Proprietà. Ogni sequenza ha un elemento di separazione dato, un ordinamento, eccetto che: (a) sia vuota, (b) contenga un solo elemento (anche ripetuto)
 - Sequenza **Seq(t)**. una struttura con le seguenti operazioni:
 - empty: $() \rightarrow Seq(t)$ - seq vuota
 - add: $Seq(t) \times t \rightarrow Seq(t)$ - aggiunta di elemento in coda
 - append: $Seq(t) \times Seq(t) \rightarrow Seq(t)$ - concatenazione di seq
 - size: $Seq(t) \rightarrow int$ - numero elementi
 - at: $Seq(t) \times int \rightarrow t$ - selezione elemento

- Usiamo (continua/2):
 - Divisione di sequenza. Dato $u: \mathbf{Seq}(t)$. Dato separatore $v_u : t$ per u , dato \mathbf{Ord}_t . Siano QLE_{u,v_u} , QGT_{u,v_u} , tali che:
 - + $\forall 1 \leq i \leq \text{size}(QLE_{u,v_u}), \text{at}(QLE_{u,v_u}, i) \equiv v_u$ oppure $(\text{at}(QLE_{u,v_u}, i), v_u) \in \mathbf{Ord}_t$
 - + $\forall 1 \leq i \leq \text{size}(QGT_{u,v_u}), (v_u, \text{at}(QLE_{u,v_u}, i)) \in \mathbf{Ord}_t$
 - + $\exists g \in \mathcal{P}^{\text{size}(u)}$. Sia² $u' = \text{append}(QLE_{u,v_u}, QGT_{u,v_u})$.
 - $\text{at}(u', g(i)) \equiv \text{at}(u, i), \forall 1 \leq i \leq \text{size}(u)$
 - + $\text{size}(QGT_{u,v_u}) + \text{size}(QLE_{u,v_u}) = \text{size}(u)$

Allora, QLE_{u,v_u}, QGT_{u,v_u}
sono la divisione di u in sottosequenze separate da $v_u : t$, dato \mathbf{Ord}_t .

² \mathcal{P}^k sono le funzioni di permutazione, i.e. iniettive e suriettive, su $[1..k]$ 