

TOP-DOWN

costruiamo un **parser a discesa ricorsiva**

una procedura P_A per ogni nonterminale A

$$A ::= X_1 X_2 \dots X_n$$

```
procedure  $P_A()$ ;  
begin  
  ** codice per  $X_1$  **  
  ** codice per  $X_2$  **  
  .....
```

```
  ** codice per  $X_n$  **  
end;
```

INVARIANTE

$P_A()$, applicata a stato con input γ ,
termina con *successo* se e solo se $\gamma \in L(A)$

codice per X_i

P_{X_i} *se X_i e' nonterminale*

match(X_i) *se X_i e' terminale*

```
procedure match(X:token);  
  begin  
    if lookahead = X  
    then lookahead:= nexttoken  
    else fail()  
  end;
```

Parser a discesa ricorsiva: Struttura Completa

```
Procedure Parser();  
  **dichiarazioni procedure: Ps, PA, PX1, ... **  
begin  
  Ps;  
  match(eof/$);  
  accept()  
end;
```

Parser a discesa ricorsiva: Applichiamolo ad una grammatica

```
E ::= T + T  
T ::= id
```

```
Procedure PE();  
begin  
  PT;  
  match(+);  
  PT  
end;
```

```
Procedure PT();  
begin  
  match(id)  
end;
```

```
Procedure Parser();  
Procedure PE();;;;  
Procedure PT();...;  
begin  
  PE;  
  match eof/$);  
  accept()  
end;
```

invocazioni:

Parser()

P_E

P_T

match(id)

nexttoken

match(+)

nexttoken

P_T

match(id)

nexttoken

match(\$)

accept()

Input:

Id+id\$

+id\$

Id\$

\$

Piu' produzioni con stesso non terminale

$E ::= E + T$
 $T ::= id$
 $T ::= num$

standard

Backtracking

- Procedure gestiscono il baktracking
- Case-statement come nello scanner ND
- Stack: Salvare e ripristinare lo stato input/controllo

Due soluzioni

predittivo

Trasformare la grammatica

- 1) Lookahead per eliminare nonderminismo sulla scelta tra piu' produzioni
- 2) Rimuovere ricorsione sinistra
- 3) Rimuovere operatore * di Kleene

1) **Eliminare il nondeterminismo sulla scelta**

guardiamo il simbolo (k-simboli) di *lookahead* e decidiamo l'alternativa

```
T ::= id  
T ::= num
```

```
procedure PT();  
begin  
  case lookahead of  
    num: match(num);  
    id: match(id)  
  end  
end;
```

$K > 1$ e' complicato

$K = 1$ non basta quando:

$E ::= \alpha \beta_1$
 $E ::= \alpha \beta_2$

$|\alpha| > 1$ ($|-|$ = lunghezza)

Left Factoring

Rimpiazziamo con:

$E ::= \alpha B$

$B ::= \beta_1$

$B ::= \beta_2$

2) Eliminare ricorsione sinistra

```
E ::= E + id
E ::= id
```

```
procedure PE();
begin
  case lookahead of
    id:
  end
end;
```

```
PE();
```

```
match(num);
```

Rimuovi Ricorsione

```
A ::= A α
A ::= β
```

```
A ::= β A
A ::= α A
A ::= ε
```

Rimuovi Mutua Ricorsione

```
A ::= B α | γ
B ::= A β | δ
```

```
A ::= B α | γ
B ::= (B α | γ) β | δ
```

3) Eliminare stella di Kleene

Rimuovi stella

$$A ::= \alpha^* \beta$$



$$A ::= \underline{A} \beta$$

$$\underline{A} ::= \alpha \underline{A}$$

$$\underline{A} ::= \varepsilon$$

Ora siamo in grado di costruire un parser
predittivo a discesa ricorsiva che:

guarda il simbolo di lookahead e applica la
procedura di riconoscimento corretta

Quale la sua complessita' ????

ovviamente $O(n)$

Adatto per compilazione una-passata ????

ovviamente ideale

Parser Predittivo a discesa ricorsiva:

Trasformazione:
Eliminazione stella di Kleene
Fattorizzazione
Rimozione Ricorsione Sinistra

Procedure con lookahead:
calcolo FIRST e FOLLOW

Procedura *Parser()*

Esempio

$E ::= F (+ F)^*$

$F ::= F * T$

$F ::= T$

$T ::= \text{Ide}$

$T ::= \text{Ide Num}$

$T ::= \text{Num}$

Dobbiamo applicare
Il passo di trasformazione

$E ::= F (+ F)^*$
 $F ::= F * T$
 $F ::= T$
 $T ::= \text{Ide}$
 $T ::= \text{Ide Num}$
 $T ::= \text{Num}$

Stella

$E ::= F \underline{E}$ $F ::= F * T$
 $\underline{E} ::= + \overline{F} \underline{E}$ $F ::= T$
 $\underline{E} ::= \epsilon$ $T ::= \text{Ide}$
 $\underline{T} ::= \text{Num}$ $T ::= \text{Ide Num}$

Fattori

$E ::= F \underline{E}$ $F ::= F * T$
 $\underline{E} ::= + \overline{F} \underline{E}$ $F ::= T$
 $\underline{E} ::= \epsilon$ $T ::= \text{Ide } \underline{T}$
 $\underline{T} ::= \text{Num}$ $\underline{T} ::= \epsilon$
 $\underline{T} ::= \text{Num}$

Left Rec

$E ::= F \underline{E}$ $F ::= T \underline{F}$
 $\underline{E} ::= + \overline{F} \underline{E}$ $\underline{F} ::= * T \underline{F}$
 $\underline{E} ::= \epsilon$ $\underline{F} ::= \epsilon$
 $T ::= \text{Num}$ $T ::= \text{Ide } \underline{T}$
 $\underline{T} ::= \text{Num}$ $\underline{T} ::= \epsilon$

$E ::= F \underline{E}$	$F ::= T \underline{F}$
$\underline{E} ::= + F \underline{E}$	$\underline{F} ::= * T \underline{F}$
$\underline{E} ::= \varepsilon$	$\underline{F} ::= \varepsilon$
$T ::= \text{Num}$	$T ::= \text{Ide } \underline{T}$
$\underline{T} ::= \text{Num}$	$\underline{T} ::= \varepsilon$

Dobbiamo creare le procedure con lookahead

```

procedure PE();
begin
  PF;
  PE;
end;

```

```

procedure PT();
begin
  case lookahead of
    quando?: match(Num);
    quando?: begin match(Ide); PT end
  end
end;

```

Guardare il **primo** simbolo di
cio' che derivano le *LSF*:

Num
Ide T

Guardare il **primo** simbolo di cio' che **derivano**

```
procedure PT();  
begin  
  case lookahead of  
    Num : match(Num);  
    Ide: begin match(Ide); PT end  
  end  
end;
```

$E ::= F \underline{E}$	$F ::= T \underline{F}$
$\underline{E} ::= + \underline{F} \underline{E}$	$\underline{F} ::= * T \underline{F}$
$\underline{E} ::= \epsilon$	$\underline{F} ::= \epsilon$
$T ::= \text{Num}$	$T ::= \text{Ide } \underline{T}$
$\underline{T} ::= \text{Num}$	$\underline{T} ::= \epsilon$

```
procedure PE();  
begin  
  case lookahead of  
    + : begin match(+); PF; PE end  
    quando?: nop  
  end  
end;
```

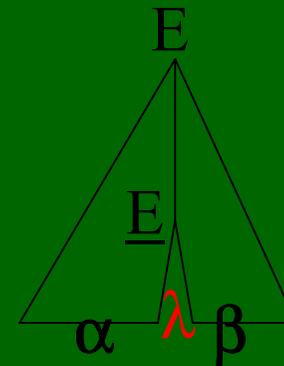
Non si applica a ϵ

Guardare simbolo che puo' **seguire** una derivazione alla stringa vuota

$E ::= F \underline{E}$	$F ::= T \underline{F}$
$\underline{E} ::= + F \underline{E}$	$\underline{F} ::= * T \underline{F}$
$\underline{E} ::= \epsilon$	$\underline{F} ::= \epsilon$
$T ::= \text{Num}$	$T ::= \text{Ide } \underline{T}$
$\underline{T} ::= \text{Num}$	$\underline{T} ::= \epsilon$

$\epsilon \Rightarrow ??$ non e' un simbolo

Capiamo da cio' che segue \underline{E}
carattere di fine stringa \$



Come determinare in modo sistematico il **primo** simbolo derivabile da una stringa su $\Sigma \cup V$

$\mathbf{first}(c) = \{c\}$ per ogni terminale

$\mathbf{first}(s) = \bigcup_{s ::= \alpha \in P} \mathbf{first}(\alpha)$

$\mathbf{first}(\varepsilon) = \{\varepsilon\}$

$\mathbf{first}(x_1 \dots x_n) = [\bigcup_{i < k} (\mathbf{first}(x_i) - \{\varepsilon\})] \cup \mathbf{first}(x_k)$
per k massimo intero tale che:
 $x_1 \dots x_{k-1} \Rightarrow^* \varepsilon$
oppure $k = n$

$\underline{E} ::= (F \underline{E}) \quad F ::= \text{id}$

$\underline{E} ::= F \underline{E}$

$\underline{E} ::= + F \underline{E}$

$\underline{E} ::= \varepsilon$

Come determinare in modo sistematico il **primo** simbolo che puo' seguire un non terminale

$$\begin{aligned} \mathbf{follow}(A) = & \cup_{\{B::=\alpha A \beta\}} (\mathbf{first}(\beta) - \{\epsilon\}) \\ & \cup_{\{B::=\alpha A \beta \mid \beta \Rightarrow^* \epsilon\}} \mathbf{follow}(B) \\ & \cup_{\{B::=\alpha A\}} \mathbf{follow}(B) \end{aligned}$$

$\{\text{eof}/\$\} \in \mathbf{follow}(S_0)$ allorche' S_0 sia il distinto

Ora siamo in grado di costruire un parser **predittivo** a discesa ricorsiva

Per ogni nonterminale A , sia $\{\alpha_i \mid 1 \leq i \leq n, A ::= \alpha_i \in P\}$

```
procedure PA();  
  begin  
    case lookahead of  
      **caseof( $\alpha_1$ )** : **codeof( $\alpha_1$ )**;  
      **caseof( $\alpha_2$ )** : **codeof( $\alpha_2$ )**;  
      .....  
      **caseof( $\alpha_n$ )** : **codeof( $\alpha_n$ )**;  
    end  
  end;
```

$\text{caseof}(\alpha_i) = \begin{cases} \text{first}(\alpha_i) & \text{se } \varepsilon \notin \text{first}(\alpha_i) \\ (\text{first}(\alpha_i) - \{\varepsilon\}) \cup \text{follow}(A) & \text{altrimenti} \end{cases}$
 $\text{codeof}(\alpha_i) = \text{esattamente come prima}$

Completiamo $P_{\underline{E}}()$;

```

procedure  $P_{\underline{E}}()$ ;
begin
  case lookahead of
    + : begin  $\text{match}(+)$ ;  $P_F$ ;  $P_{\underline{E}}$  end
    $ : nop
  end
end;

```

$\underline{E} ::= F \underline{E}$
 $\underline{E} ::= + F \underline{E}$
 $\underline{E} ::= \varepsilon$

Parser predittivo a discesa ricorsiva: Considerazioni e conclusioni

Complessita': lineare $O(n)$ *mai backtrack*
fallimento = non appartenenza

Una-passata: adatto *ad ogni simbolo ricevuto corrisponde una o piu derivazioni leftmost*

Applicabilita': LL(K) *non sempre in grado di prevedere*

Adattabilita': nessuna *cambia grammatica allora riscrivere completamente*

Applicabilita' ovvero $LL(K)_{/k=1}$

proprietà'1: Per ogni $A ::= \alpha \mid \beta$ (ovvero $\{A ::= \alpha, A ::= \beta\}$)
 $\text{first}(\alpha) \cap \text{first}(\beta) = \{\}$

proprietà'2: Per ogni $A ::= \alpha \mid \beta$
se $\alpha \Rightarrow^* \varepsilon$ allora $\text{first}(\beta) \cap \text{follow}(A) = \{\}$

Th. Data una grammatica G :

- $G \in LL(1)$ se e solo se entrambe prop.1 e prop.2
- G ha parser predittivo (lineare) 1-simbolo
se e solo se entrambe prop.1 e prop.2

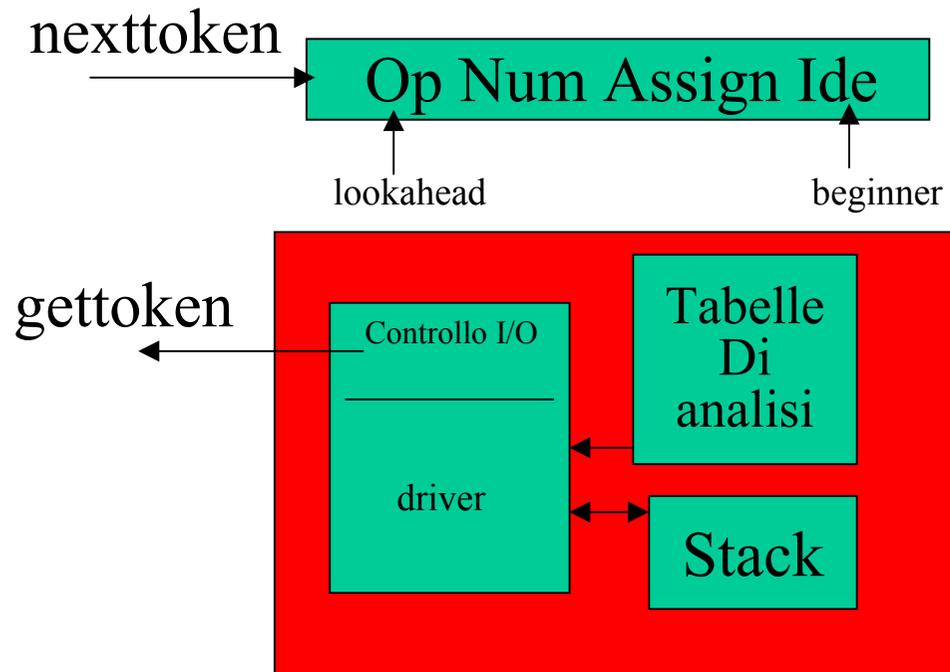
Parser Predittivo

Ricorsione vs. iterazione: *tail recursive*

Error Recovery: *rimediare all'errore*

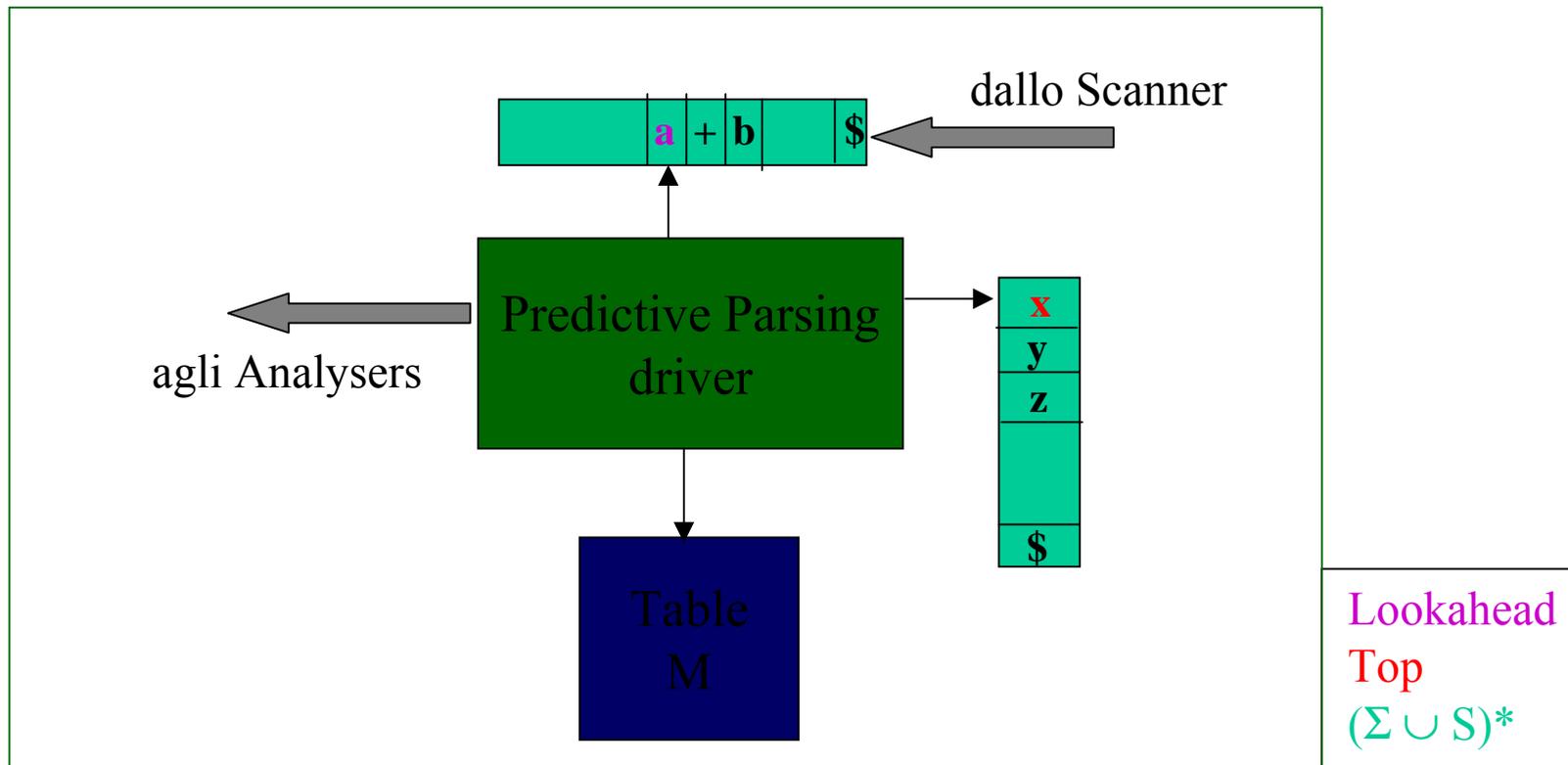
Adattabilità: *il nostro problema*

automi a pila: driver e tabelle



Automa a pila (*pushdown automaton*)

$\langle S, \Sigma, M: S \times \Sigma \rightarrow S, D: M \times (\Sigma \cup S)^* \rightarrow (\Sigma \cup S)^*, s_0 \in S, F \subseteq S \rangle$
per S finito



La funzione D
per LL(1)

- top = lookahead = \$: stop
- top = lookahead \neq \$: pop;
lookahead := nexttoken
- top \in S: pop;
push(α)
dove $M(\text{top}, \text{lookahead}) = \text{top}::=\alpha$

Costruiamo la tabella M

Per ogni produzione $A ::= \alpha_i$

+ per ogni $a \in (\text{first}(\alpha_i) - \epsilon)$,
 $M(A, a) := A ::= \alpha_i$

+ se $\epsilon \in \text{first}(\alpha_i)$ allora:
per ogni $b \in \text{follow}(A)$,
 $M(A, b) := A ::= \alpha_i$

+ tutte le rimanenti entries sono error

Parser Predittivo Generatore/Adattivo

Trasformazione:
Eliminazione stella di Kleene
Fattorizzazione
Rimozione Ricorsione Sinistra



Costruzione tabella M
calcolo FIRST e FOLLOW

Esempio

Applichiamo alla grammatica già trasformata

- | | |
|--|--|
| 0. $\underline{E} ::= F \underline{E}$ | 5. $\underline{F} ::= T \underline{F}$ |
| 1. $\underline{E} ::= + F \underline{E}$ | 6. $\underline{F} ::= * T \underline{F}$ |
| 2. $\underline{E} ::= \varepsilon$ | 7. $\underline{F} ::= \varepsilon$ |
| 3. $\underline{T} ::= \text{Num}$ | 8. $\underline{T} ::= \text{Ide } \underline{T}$ |
| 4. $\underline{T} ::= \text{Num}$ | 9. $\underline{T} ::= \varepsilon$ |

$$\text{First}(F \underline{E}) = \{\text{Ide}, \text{Num}\}$$

$$\text{First}(+ F \underline{E}) = \{+\}$$

$$\text{First}(T \underline{F}) = \{\text{Ide}, \text{Num}\}$$

$$\text{First}(* T \underline{F}) = \{*\}$$

$$\text{Fw}(\underline{E}) = \text{Fw}(E) = \{\$\}$$

$$\text{Fw}(\underline{F}) = \text{Fw}(F) = \text{First}(\underline{E}\$) = \{+, \$\}$$

$$\begin{aligned} \text{Fw}(\underline{T}) = \text{Fw}(T) &= \text{First}(\underline{F}) \cup \text{Fw}(F) \\ &= \{*\} \cup \{+, \$\} \end{aligned}$$

	'+	'*	Ide	Num	\$
E			0	0	
<u>E</u>	1				2
F			5	5	
<u>F</u>	7	6			7
T			8	3	
<u>T</u>	9	9		4	9

Top Down: Conclusioni

1. Considera il linguaggio $\mathbf{T} = \{u^n v^k z^m \mid n, k, m > 0, n < m\}$

a) fornire G tale che $L(G) = \mathbf{T}$

b) $G \in LL(1)$?

c) eventuali trasformazioni di G hanno un parser predittivo ?

2. Considera il linguaggio $\mathbf{T} = \{u^n v^k z^m \mid n, k, m > 0, n > m\}$

a) fornire G tale che $L(G) = \mathbf{T}$

b) $G \in LL(1)$?

c) eventuali trasformazioni di G hanno un parser predittivo ?

3. Per ogni linguaggio \mathbf{T} e' decidibile esistenza G tale che:

$L(G) = \mathbf{T}$ ed in piu' $G \in LL(1)$?

Top Down: Conclusioni (continua)

4. Sono piu' le grammatiche LL(K) di quelle LL(1) ?

5. Sono piu' i linguaggi LL(K) di quelli LL(1) ?

6. Quali condizioni per LL(k)

$$(\forall A ::= \beta_1 | \beta_2) \text{ e } ((\forall \gamma): S \Rightarrow_1^* \alpha A \gamma) \\ \text{first}_k(\beta_1 \gamma) \cap \text{first}_k(\beta_2 \gamma) = \{\}$$