
Cognome

Nome

Matricola

Firma

Corso di Laurea in Informatica
PROVA SCRITTA DI CALCOLO NUMERICO

1/2/2012

Esercizio 1 Si studino gli errori inerente e algoritmico del calcolo della funzione

$$f(x) = x - \frac{1}{2} \log \frac{1+x}{1-x}, \quad |x| < 1,$$

nell'intorno di 0 e negli intorno destro di -1 e sinistro di 1 (si supponga che il logaritmo sia calcolato con una funzione di libreria che introduce un errore limitato in modulo dalla precisione di macchina).

Esercizio 2 L'equazione

$$x = g(x), \quad g(x) = x(1 - e^{-x})$$

ha ovviamente la soluzione $\alpha = 0$.

- Si dica se esistono altre soluzioni reali oltre ad α .
- Si studi la convergenza del metodo iterativo $x_{i+1} = g(x_i)$.

Esercizio 3 Siano

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} A + B + I & B \\ B & A + B - I \end{bmatrix}.$$

- Si calcolino gli autovalori e gli autovettori di A e di B e gli autovalori di C .
- Si dica se si può applicare il metodo di Jacobi per risolvere il sistema lineare $C\mathbf{x} = \mathbf{b}$.
- (facoltativo) Si calcolino gli autovettori di C .

Esercizio 4 Per approssimare la funzione $f(x) = 1 - \sqrt{x}$ nell'intervallo $[0, 1]$ si costruiscono i due polinomi:

- $p_1(x)$ di interpolazione nei punti $x_1 = \frac{1}{3}$, $x_2 = \frac{2}{3}$,
- $p_2(x)$ di interpolazione nei punti $x_0 = \frac{1}{4}$, $x_1 = 1$.

Indicati con

$$\epsilon_i = \max_{x \in [0,1]} |f(x) - p_i(x)|, \quad i = 1, 2,$$

i massimi errori assoluti dei due polinomi, si dica quale dei due errori è il minore.