

---

Cognome

Nome

Matricola

Firma

Corso di Laurea in Informatica  
PROVA SCRITTA DI CALCOLO NUMERICO

1/2/2012

**Esercizio 1** Si studino gli errori inerente e algoritmico del calcolo della funzione

$$f(x) = x - \frac{1}{2} \log \frac{1+x}{1-x}, \quad |x| < 1,$$

nell'intorno di 0 e negli intorni destro di  $-1$  e sinistro di  $1$  (si supponga che il logaritmo sia calcolato con una funzione di libreria che introduce un errore limitato in modulo dalla precisione di macchina).

**Esercizio 2** L'equazione

$$x = g(x), \quad g(x) = x(1 - e^{-x})$$

ha ovviamente la soluzione  $\alpha = 0$ .

- Si dica se esistono altre soluzioni reali oltre ad  $\alpha$ .
- Si studi la convergenza del metodo iterativo  $x_{i+1} = g(x_i)$ .

**Esercizio 3** Siano

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} A + B + I & B \\ B & A + B - I \end{bmatrix}.$$

- Si calcolino gli autovalori e gli autovettori di  $A$  e di  $B$  e gli autovalori di  $C$ .
- Si dica se si può applicare il metodo di Jacobi per risolvere il sistema lineare  $C\mathbf{x} = \mathbf{b}$ .
- (facoltativo) Si calcolino gli autovettori di  $C$ .

**Esercizio 4** Per approssimare la funzione  $f(x) = 1 - \sqrt{x}$  nell'intervallo  $[0, 1]$  si costruiscono i due polinomi:

- $p_1(x)$  di interpolazione nei punti  $x_1 = \frac{1}{3}$ ,  $x_2 = \frac{2}{3}$ ,
- $p_2(x)$  di interpolazione nei punti  $x_0 = \frac{1}{4}$ ,  $x_1 = 1$ .

Indicati con

$$\epsilon_i = \max_{x \in [0,1]} |f(x) - p_i(x)|, \quad i = 1, 2,$$

i massimi errori assoluti dei due polinomi, si dica quale dei due errori è il minore.