Cognome

Nome

Matricola

Firma

Corso di Laurea in Informatica PROVA SCRITTA DI CALCOLO NUMERICO

Esercizio 1 Si verifichi che, dato x > 0, i due algoritmi:

alg_1	alg_2
1. y := x	1. $y := \log x$
2. y := y * y	2. $y := 5 * y/2$
3. y := y * y	3. $y := e^y$
4. y := x * y	
$5. y := \sqrt{y}$	

producono in aritmetica esatta lo stesso risultato. Si confrontino i due algoritmi dal punto di vista della stabilità.

Esercizio 2 È data l'equazione

$$f(x) = x\sqrt{1-x^3} = 0.$$

- a) Si disegni il grafico di f(x) e si dica quante soluzioni ha l'equazione.
- b) Si studi la convergenza del metodo delle tangenti per l'approssimazione delle soluzioni dell'equazione.
- c) Si esamini in particolare che cosa accade se si scelgono $x_0=-0.8,\ x_0=0.5,\ x_0=0.8.$

Esercizio 3 È data la matrice quadrata di ordine 2n a blocchi

$$A = \left[\begin{array}{cc} O_n & I_n \\ -I_n & O_n \end{array} \right],$$

dove O_n è la matrice nulla di ordine n e I_n è la matrice identica di ordine n. Si determinino gli autovalori e gli autovettori di A. (Suggerimento: si svolga prima l'esercizio con n = 2 e con n = 3, poi si generalizzi).

Esercizio 4 Si suppongono note delle buone approssimazioni di \sqrt{e} e di e. Per approssimare il valore di $f(x) = e^x$ in altri punti x compresi fra 0 e 1, si decide di utilizzare il polinomio p(x) di interpolazione di f(x) nei 3 nodi $x_0 = 0$, $x_1 = \frac{1}{2}$, $x_2 = 1$. Si dia una maggiorazione del modulo del resto di questa approssimazione.