
Cognome

Nome

Matricola

Firma

Corso di Laurea in Informatica

PROVA SCRITTA DI CALCOLO NUMERICO

10/02/2010

Esercizio 1 Sia $\mathcal{F} = \mathcal{F}_{(2,t,m,M)}$ un insieme di numeri di macchina, con $M > t$.

- Tutti i numeri di \mathcal{F} la cui mantissa finisce con 0 sono interi pari? Quanti sono gli interi pari in \mathcal{F} ?
- Tutti i numeri di \mathcal{F} la cui mantissa finisce con 1 sono interi dispari? Quanti sono gli interi dispari in \mathcal{F} ?
- In \mathcal{F} ci sono più interi pari o più interi dispari?
- Dopo aver risposto alle domande precedenti, si consideri il caso particolare in cui $t = 3$, $m = 3$, $M = 4$, elencano tutti gli interi, pari e dispari, rappresentabili.

Esercizio 2 È data l'equazione

$$f(x) = 0, \quad \text{dove} \quad f(x) = \begin{cases} \log(1+x) & \text{se } x \geq 0, \\ -\log(1-x) & \text{se } x < 0. \end{cases}$$

- Si disegni il grafico della $f(x)$ e si indichi con α una soluzione dell'equazione.
- Si consideri il metodo iterativo $x_{i+1} = g(x_i)$, dove $g(x)$ è la funzione di iterazione del metodo delle tangenti. Si studino le derivate prima e seconda della $g(x)$.
- Si dica se il metodo è localmente convergente ad α .
- Si individui un intervallo $[a, b]$ tale che il metodo converga ad α per ogni $x_0 \in [a, b]$.

Esercizio 3 La matrice $A \in \mathbf{R}^{n \times n}$, con n pari, i cui elementi sono

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se } i + j \text{ è pari,} \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

è diagonalizzabile? In caso affermativo si determini una matrice S tale che SAS^{-1} sia diagonale.

Esercizio 4 Dato il sistema lineare $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$, dove $A = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$, si consideri il metodo iterativo

$$\mathbf{x}^{(k+1)} = (I - \alpha A)\mathbf{x}^{(k)} + \alpha \mathbf{b}.$$

Si determinino

- il limite della successione $\{\mathbf{x}^{(k)}\}$ nell'ipotesi che il metodo converga,
- i valori di α per cui il metodo converge,
- il valore di α per cui il raggio spettrale della matrice di iterazione è minimo.