

---

Cognome

Nome

Matricola

Firma

Corso di Laurea in Informatica  
PROVA SCRITTA DI CALCOLO NUMERICO

10/06/2010

**Esercizio 1** È data la funzione  $f(x)$  espressa nelle due forme

$$f(x) = \frac{x}{x^2 - 1} - \frac{1}{x} = \frac{1}{x(x^2 - 1)}, \quad \text{per } |x| > 1.$$

- Si studi il condizionamento del calcolo di  $f(x)$ .
- Si confrontino i due errori algoritmici.

**Esercizio 2** Si consideri l'equazione  $f(x) = x^3 + 6\sqrt{|x|} - 5 = 0$ .

- Si dica quante radici reali ha l'equazione, qual è la loro molteplicità e se ne diano degli intervalli di separazione.
- Si studi la convergenza del metodo delle tangenti.

**Esercizio 3** Si consideri la matrice  $A \in \mathbf{R}^{n \times n}$ , con  $n \geq 2$ , i cui elementi sono

$$a_{ij} = \begin{cases} \alpha & \text{se } i = 1 \text{ e } j = 2, \dots, n, \\ \beta & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

- Si dica quanto è il rango di  $A$ .
- Sia  $S$  la matrice triangolare inferiore di ordine  $n$ , avente tutti gli elementi  $s_{ij} = 1$  per  $i \geq j$ . Sia  $B = S^{-1}AS$ . Si scriva il polinomio caratteristico di  $B$ .
- Si calcolino gli autovalori di  $A$ .
- Si verifichi che se  $|\beta(\alpha - \beta)| > 1/(n - 1)$  allora  $\rho(A) > 1$ .

**Esercizio 4** È data la funzione  $f(x) = \log_2(1 + x^2)$ .

- Si calcolino il polinomio  $p(x)$  di interpolazione nei tre nodi  $-1, 0, 1$ , e il polinomio di Taylor di grado 2  $q(x)$  che approssima  $f(x)$  nell'intorno di 0.
- Siano  $r(x) = f(x) - p(x)$  e  $s(x) = f(x) - q(x)$  i due resti. Si confrontino

$$\max_{x \in [-1, 1]} |r(x)| \quad \text{e} \quad \max_{x \in [-1, 1]} |s(x)|.$$