
Cognome

Nome

Matricola

Firma

Corso di Laurea in Informatica
COMPITO DI CALCOLO NUMERICO

11/2/2014

Esercizio 1 Si studi il condizionamento del calcolo della funzione $f(x) = \cos^2 x - \sin^2 x$, per $x \in [0, 2\pi]$. Si dica se, dal punto di vista della propagazione dell'errore, è preferibile calcolare $f(x)$ come $(\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x)$ oppure come $1 - 2\sin^2 x$.

Esercizio 2 Sia

$$f(x) = \frac{x+2}{x-2} - \frac{x-2}{x+2}.$$

(a) Si studi la convergenza, compreso ordine e scelta del punto iniziale, del metodo delle tangenti alle soluzioni di $f(x) = 0$.

(b) Si consideri il metodo iterativo $x_{i+1} = g(x_i)$ con

$$g(x) = \frac{x^2 - 6x}{x + 2}.$$

Si verifichi che l'equazione $x = g(x)$ e $f(x) = 0$ sono equivalenti e si studi la convergenza del metodo iterativo $x_{i+1} = g(x_i)$.

Esercizio 3 È dato il sistema lineare $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$, dove

$$A = \begin{bmatrix} \cos \theta & 1 \\ \frac{\sin \theta}{1} & \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \\ -\frac{1}{\sin \theta} & -\frac{\cos \theta}{\sin \theta} \end{bmatrix} \quad \theta \neq k\pi, \text{ con } k \text{ intero.}$$

(a) Si verifichi che $A^{-1} = -A$.

(b) Si calcoli il numero di condizionamento in norma ∞ di A .

(c) Si dica se esistono dei valori di θ per cui il sistema può essere malcondizionato.

(d) Si calcoli il numero di condizionamento in norma ∞ della matrice per $\theta = \pi/6$.

Esercizio 4

(a) Si scriva il polinomio che interpola la funzione $f(x) = x^3$ nei nodi $x_0 = -\frac{\sqrt{3}}{2}k$, $x_1 = 0$,

$$x_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}k, \text{ con } 0 < k \leq 1.$$

(b) Si calcoli, in funzione di k , il massimo del modulo del resto $r(x)$ dell'interpolazione nell'intervallo $[-1, 1]$.

(c) Si dica per quale valore di k è minimo il massimo di $|r(x)|$ in $[-1, 1]$.