
Cognome

Nome

Matricola

Firma

Corso di Laurea in Informatica
PROVA SCRITTA DI CALCOLO NUMERICO

11/1/2012

Esercizio 1 Dati n numeri positivi di macchina x_i , $i = 1, \dots, n$, si studi l'errore che si commette effettuando la somma

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i(x_i + 1)}.$$

Esercizio 2 Si consideri l'equazione

$$f(x) = \tan x - kx = 0,$$

con k parametro reale diverso da zero.

- Si dica quante radici reali ha l'equazione nell'intervallo $(-\pi/2, \pi/2)$, al variare di k .
- Per un k per cui vi è più di una soluzione, si studi la convergenza del metodo iterativo $x_{i+1} = \tan x_i/k$ (con la scelta del punto iniziale e l'ordine se il metodo converge).
- Per $k = 3/2$ si studi la convergenza del metodo delle tangenti.

Esercizio 3 Sono dati due vettori \mathbf{x} e \mathbf{y} non nulli e tali che $\mathbf{x}^T \mathbf{y} \neq -1$.

- Si dica qual è il rango della matrice (detta diade) $A = \mathbf{x}\mathbf{y}^T$, se ne determinino gli autovalori e si calcoli $\|A\|_2$.
- Si dica qual è il rango della matrice $B = I + A = I + \mathbf{x}\mathbf{y}^T$, se ne determinino gli autovalori e si dia una maggiorazione di $\|B\|_2$.

Esercizio 4 Per n intero dispari si consideri la funzione di n

$$f(n) = \sum_{i=1}^n i^2, \quad \text{dove la sommatoria è calcolata per } i \text{ dispari.}$$

- Si calcoli $f(n)$ per $n = 1, 3, 5, 7$ e si scriva il polinomio $p(n)$ di grado al più tre che assume gli stessi valori $f(n)$.
- Si verifichi (per induzione) che $p(n) = f(n)$ anche per n dispari maggiore di 7.