

---

Cognome

Nome

Matricola

Firma

Corso di Laurea in Informatica  
PROVA SCRITTA DI CALCOLO NUMERICO

11/1/2012

**Esercizio 1** Dati  $n$  numeri positivi di macchina  $x_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ , si studi l'errore che si commette effettuando la somma

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i(x_i + 1)}.$$

**Esercizio 2** Si consideri l'equazione

$$f(x) = \tan x - kx = 0,$$

con  $k$  parametro reale diverso da zero.

- Si dica quante radici reali ha l'equazione nell'intervallo  $(-\pi/2, \pi/2)$ , al variare di  $k$ .
- Per un  $k$  per cui vi è più di una soluzione, si studi la convergenza del metodo iterativo  $x_{i+1} = \tan x_i/k$  (con la scelta del punto iniziale e l'ordine se il metodo converge).
- Per  $k = 3/2$  si studi la convergenza del metodo delle tangenti.

**Esercizio 3** Sono dati due vettori  $\mathbf{x}$  e  $\mathbf{y}$  non nulli e tali che  $\mathbf{x}^T \mathbf{y} \neq -1$ .

- Si dica qual è il rango della matrice (detta diade)  $A = \mathbf{x}\mathbf{y}^T$ , se ne determinino gli autovalori e si calcoli  $\|A\|_2$ .
- Si dica qual è il rango della matrice  $B = I + A = I + \mathbf{x}\mathbf{y}^T$ , se ne determinino gli autovalori e si dia una maggiorazione di  $\|B\|_2$ .

**Esercizio 4** Per  $n$  intero dispari si consideri la funzione di  $n$

$$f(n) = \sum_{i=1}^n i^2, \quad \text{dove la sommatoria è calcolata per } i \text{ dispari.}$$

- Si calcoli  $f(n)$  per  $n = 1, 3, 5, 7$  e si scriva il polinomio  $p(n)$  di grado al più tre che assume gli stessi valori  $f(n)$ .
- Si verifichi (per induzione) che  $p(n) = f(n)$  anche per  $n$  dispari maggiore di 7.