
Cognome

Nome

Matricola

Firma

Corso di Laurea in Informatica
PROVA SCRITTA DI CALCOLO NUMERICO

11/7/2008

Esercizio 1 Per $x \in [0, 1)$ si vuole approssimare la funzione

$$f(x) = \frac{1}{x^5 - 1} \quad \text{con la funzione} \quad g(x) = \frac{1}{x^4 - 1},$$

supponendo di effettuare i calcoli nel modo seguente: $x^4 = (x^2)^2$ e $x^5 = (x^2)^2 x$. Ignorando l'errore inerente, si confrontino l'errore algoritmico $\epsilon_{alg}(f)$ di $f(x)$ con l'errore dell'approssimazione, dato dalla somma dell'errore algoritmico $\epsilon_{alg}(g)$ di $g(x)$ e dell'errore analitico relativo $\epsilon_{an} = (f(x) - g(x))/f(x)$.

Esercizio 2 È data l'equazione

$$f(x) = \frac{x^2 - 3}{(3x^2 + 3)^{1/3}} = 0.$$

- Si dica quali sono le soluzioni e se ne indichi la molteplicità.
- Per ogni $x_0 \neq 0$ si dica se il metodo delle tangenti converge ad una delle soluzioni dell'equazione, specificando se l'ordine di convergenza è 1 oppure almeno 2.
- c*) Si determini esattamente l'ordine di convergenza.

Esercizio 3 È dato il sistema lineare $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ in cui

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1/2 & 2 & -1/2 \\ 0 & \sqrt{2} & 1 \end{bmatrix}.$$

- Si verifichi che il sistema ha una e una sola soluzione.
- Si costruiscano le matrici J e G di iterazione di Jacobi e di Gauss-Seidel e se ne determinino gli autovalori.
- c) Si dica quale dei due metodi è il migliore, cioè converge più velocemente.

Esercizio 4 Sia $f(x) = 1/x^2$. Si costruisca il polinomio $p(x)$ di interpolazione di $f(x)$ nei punti $x = 2$ e $x = 3$. Si dica quant'è il

$$\max_{x \in [2,3]} |f(x) - p(x)|$$

e lo si confronti con la maggiorazione del modulo del resto data dal teorema.