
Cognome

Nome

Matricola

Firma

Corso di Laurea in Informatica
PROVA SCRITTA DI CALCOLO NUMERICO

19/01/2009

Esercizio 1 Sia $\mathcal{F} = \mathcal{F}_{(B,t,m,M)}$ l'insieme dei numeri di macchina, e sia $\alpha = x + iy$ un numero complesso tale che $x, y \in \mathcal{F}$. Si supponga $x > 0$, $y > 0$ e $x \geq y$. Per calcolare $s = |\alpha|$ si possono utilizzare i seguenti algoritmi:

a) $s = \sqrt{x^2 + y^2}$,

b) $s = x \sqrt{1 + \left(\frac{y}{x}\right)^2}$.

Si dica se è possibile che si verifichino errori di underflow o di overflow e si confrontino i due algoritmi, oltre che per questo aspetto, anche dal punto di vista dell'errore algoritmico.

Esercizio 2 È data l'equazione $f(x) = \cos x - x + 3 = 0$.

- Si disegni il grafico di $f(x)$. Si verifichi che vi è una sola soluzione reale α .
- Si studi la convergenza ad α del metodo delle tangenti (compresa la scelta del punto iniziale e l'ordine).

Esercizio 3 È data la matrice

$$J = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 0 & -7 & 2 \\ -7 & 0 & -2 \\ 2 & -2 & 0 \end{bmatrix}.$$

- Si dia una matrice A di cui J sia la matrice di iterazione di Jacobi.
- Si calcoli il polinomio caratteristico $p(\lambda)$ di J .
- Si noti che la somma dei coefficienti di $p(\lambda)$ è uguale a 0. Si determinino gli autovalori e gli autovettori di J .
- Si dica che relazione c'è fra gli autovalori e gli autovettori di A e di J .
- Le matrici A e J sono diagonalizzabili? Il metodo di Jacobi è convergente? Un sistema lineare avente come matrice dei coefficienti la A potrebbe non avere soluzioni?

Esercizio 4 a) Si costruisca il polinomio $p(x)$ di interpolazione della funzione $f(x) = |x|$ nei quattro nodi ± 2 e ± 1 .

- Si costruisca il polinomio $q(x)$ di interpolazione di $f(x)$ nei tre nodi 0 e ± 1 .
- Si disegnino i grafici dei moduli dei due resti $r(x) = f(x) - p(x)$ e $s(x) = f(x) - q(x)$ per $x \in [-2, 2]$. Quale dei due polinomi approssima meglio $f(x)$?