

---

Cognome

Nome

Matricola

Firma

Corso di Laurea in Informatica  
PROVA SCRITTA DI CALCOLO NUMERICO

12/06/2009

**Esercizio 1** Si considerino gli errori inerente e algoritmico commessi nel calcolo della funzione

$$f(x) = x \cos x - \sin x$$

(si supponga che per le funzioni trigonometriche si utilizzino programmi di libreria che introducano errori locali maggiorati in modulo dalla precisione di macchina).

Si dica se in un intorno di  $x = 0$  gli errori inerente e algoritmico sono limitati in modulo.

**Esercizio 2** È data la funzione

$$f(x) = (1 - \cos x)^k, \quad \text{per } -\pi \leq x \leq \pi.$$

Si studi la convergenza alla soluzione  $\alpha = 0$  del metodo delle tangenti per i tre valori di  $k = 1/2, 1, 2$ .

**Esercizio 3** Date le due matrici di ordine 2

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

si consideri la matrice  $C$  così definita

$$C = \begin{bmatrix} a_{11}B & a_{12}B \\ a_{21}B & a_{22}B \end{bmatrix}.$$

Si calcolino gli autovalori  $\lambda_i$  di  $A$ ,  $\mu_i$  di  $B$  e  $\gamma_i$  di  $C$ . Si verifichi se vale la relazione  $\gamma_i = \lambda_j \mu_k$ .

**Esercizio 4** Sia

$$p(x) = \sum_{i=0}^5 a_i x^i$$

un polinomio di grado 5 e sia  $q(x)$  il suo polinomio di interpolazione in 4 nodi distinti  $x_i$ . Il resto  $r(x) = p(x) - q(x)$  è evidentemente un polinomio. Di quale grado? Senza calcolare esplicitamente  $q(x)$ , si esprima  $r(x)$  come prodotto di fattori di grado 1, in funzione dei nodi e dei coefficienti di  $p(x)$ . Si consideri il caso particolare di  $p(x) = x^5 - 3$  e  $x_i = i$  per  $i = 0, \dots, 3$ . Si dica quanto vale in questo caso  $r(-1)$ .