

---

Cognome

Nome

Matricola

Firma

Corso di Laurea in Informatica

PROVA SCRITTA DI CALCOLO NUMERICO

12/6/2012

**Esercizio 1** Sono date due basi  $\beta$  e  $\gamma$ , con  $2 < \beta < \gamma$ , e un intero  $k < \beta - 1$ . Si rappresenta la frazione  $x = k/(\beta - 1)$  nelle due basi, e siano  $x_\beta$  e  $x_\gamma$  le due rappresentazioni. Si dica se è possibile che una delle due sia periodica (eventualmente finita) e l'altra infinita e non periodica. Si scrivano  $x_\beta$  e  $x_\gamma$  nel caso di  $\beta = 8$ ,  $\gamma = 10$  e  $k = 3$ .

**Esercizio 2** Si dica se per risolvere l'equazione

$$2x + \log x = 0$$

si possono usare i due metodi iterativi

$$x_{i+1} = -\frac{\log x_i}{2} \quad \text{e} \quad x_{i+1} = e^{-2x_i}.$$

**Esercizio 3** Per risolvere un sistema lineare  $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$  quando la matrice  $A$  non è quadrata, si pensa di applicare uno dei seguenti procedimenti

- (1) Risolvere il sistema  $A^T A\mathbf{x} = A^T \mathbf{b}$ , costruendo prima la matrice  $M = A^T A$  e il vettore  $\mathbf{c} = A^T \mathbf{b}$ ,
- (2) Risolvere il sistema  $AA^T \mathbf{y} = \mathbf{b}$ , costruendo prima la matrice  $N = AA^T$  e poi calcolando  $\mathbf{x} = A^T \mathbf{y}$ .

Verificare se i due procedimenti descritti sono applicabili nel caso del sistema con

$$A = \begin{bmatrix} \sqrt{3} & -2 \\ 2 & \sqrt{3} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix},$$

costruendo le due matrici  $M$  e  $N$  e calcolandone gli autovalori. I due sistemi sono entrambi risolubili? In caso affermativo, le soluzioni che si calcolano soddisfano il sistema  $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ ?

**Esercizio 4** Data la funzione  $f(x) = \sqrt{x}$  nell'intervallo  $[0, 1]$  si costruiscono i due polinomi:

- (1)  $p_1(x)$  di interpolazione nei punti  $x_0 = 0$ ,  $x_1 = 1$ ,
- (2)  $p_2(x)$  di interpolazione nei punti  $x_0 = \frac{1}{9}$ ,  $x_1 = 1$ .

Indicati con

$$\epsilon_i = \max_{x \in [0,1]} |f(x) - p_i(x)|, \quad i = 1, 2,$$

i massimi errori assoluti dei due polinomi, si dica quale dei due errori è il minore.