
Cognome

Nome

Matricola

Firma

Corso di Laurea in Informatica

PROVA SCRITTA DI CALCOLO NUMERICO

12/9/2013

Esercizio 1 È data la funzione $f(x) = \frac{\sqrt{x} + \sqrt{3}}{\sqrt{x} - \sqrt{3}}$ per $x \in (0, 3)$. Per calcolare $f(x)$ si può razionalizzare il denominatore, ottenendo

$$f(x) = \frac{x + 3 + 2\sqrt{3x}}{x - 3}.$$

Si studi il condizionamento del calcolo di $f(x)$ e si dica quale dei due algoritmi indicati sia preferibile dal punto di vista della stabilità.

Esercizio 2 Si consideri l'equazione

$$x = g(x), \quad g(x) = \sin \sqrt{|x|}.$$

- (a) Si dica quante soluzioni reali ammette l'equazione.
- (b) Per tutte le soluzioni si studi la convergenza del metodo iterativo $x_{i+1} = g(x_i)$.

Esercizio 3 (a) Si studi la convergenza dei metodi di Jacobi e di Gauss-Seidel applicati al sistema $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$, dove

$$A = \begin{bmatrix} \alpha & \beta & 0 \\ -\beta & \alpha & \beta \\ 0 & -\beta & \alpha \end{bmatrix}, \quad \alpha, \beta \neq 0.$$

(b) Si esamini in particolare il caso in cui $\alpha^2 = 2\beta^2$.

Esercizio 4 Per approssimare la funzione $f(x) = 1 - \sqrt{x}$ nell'intervallo $[0, 1]$ si costruiscono i due polinomi di interpolazione di $f(x)$

- (a) $p_1(x)$, nei punti $x_0 = \frac{1}{3}$, $x_1 = \frac{2}{3}$,
- (b) $p_2(x)$, nei punti $x_0 = 0$, $x_1 = \frac{1}{2}$.

Indicati con

$$\epsilon_i = \max_{x \in [0,1]} |f(x) - p_i(x)|, \quad i = 1, 2,$$

i massimi errori assoluti dei due polinomi, si dica quale dei due errori è il minore.