

---

Cognome

Nome

Matricola

Firma

Corso di Laurea in Informatica

PROVA SCRITTA DI CALCOLO NUMERICO

13/01/2016

**Esercizio 1** È data la funzione  $f(x)$  espressa nelle due forme

$$f(x) = \frac{x - \sin x}{x} = 1 - \frac{\sin x}{x}, \quad x \in (0, \pi/2).$$

- (a) Si studi il condizionamento del calcolo di  $f(x)$ .
- (b) Si confrontino i due errori algoritmici assumendo che le funzioni trigonometriche siano calcolate con funzioni di libreria.

**Esercizio 2** È data la funzione

$$f(x) = \tan x - kx, \quad x \in (-\pi/2, \pi/2)$$

, dove  $k$  è un parametro strettamente positivo.

- (a) Si dica quante soluzioni reali ha l'equazione  $f(x) = 0$  al variare di  $k$ .
- (b) Si studi la convergenza del metodo iterativo

$$x_{i+1} = g(x_i), \quad \text{dove } g(x) = \frac{\tan x}{k}$$

alle soluzioni dell'equazione  $f(x) = 0$  per i valori  $k = 1/2$  e  $k = 2$ .

- (c) Si studi la convergenza del metodo delle tangenti alle soluzioni dell'equazione per gli stessi valori di  $k$ .

**Esercizio 3** È dato il sistema di ordine 4

$$(I - M) \mathbf{x} = \mathbf{b},$$

dove  $I$  è la matrice identica e  $M$  è la matrice i cui elementi sono  $m_{i,j} = 1$  se  $|i - j| = 1$  e 0 altrimenti. Si studi la convergenza del metodo iterativo di Jacobi.

**Esercizio 4** È data la funzione  $f(x) = |x|$ .

- (a) Si scriva il polinomio  $p(x)$  di interpolazione nei tre nodi  $x_0 = -1$ ,  $x_1 = 0$  e  $x_2 = 2$ .
- (b) Si scriva il resto  $r(x) = f(x) - p(x)$  e se ne studi l'andamento, determinandone il massimo modulo nell'intervallo  $[x_0, x_2]$ .
- (c) Si confronti quanto ottenuto con quello che si avrebbe se il problema fosse spezzato in due sottoproblemi, il primo relativo ai nodi  $x_0$  e  $x_1$  e il secondo relativo ai nodi  $x_1$  e  $x_2$ .