

Corso di Laurea in Informatica
PROVA SCRITTA DI CALCOLO NUMERICO

13/09/2007

Esercizio 1 Si consideri l'insieme $F(2, 2, 1, 2)$ in cui si suppone di operare con arrotondamento.

- (a) Si calcoli la precisione di macchina u .
- (b) Si elenchino tutti i numeri positivi contenuti in F .
- (c) Si calcoli la funzione $\hat{f}(x) = x \otimes x$ su ciascuno degli elementi di F individuati nel punto precedente, segnalando le situazioni di underflow ed overflow e calcolando, negli altri casi l'errore relativo $\frac{f(x) - \hat{f}(x)}{f(x)}$, ove $f(x) = x^2$.

Esercizio 2 È data la funzione $g(x) = \frac{1}{4}(x + 3)$.

- (a) Studiare la convergenza del metodo iterativo $x_{i+1} = g(x_i)$.
- (b) Studiare la convergenza del metodo iterativo $x_{i+1} = [g(x_i)]^2$.
- (b) Studiare la convergenza del metodo iterativo $x_{i+1} = [g(x_i)]^3$.

Esercizio 3 Si consideri la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 5 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 5 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 7 \end{pmatrix}$$

- (a) Verificare che $e = (1 \ 1 \ 1 \ 1)^T$ è autovettore di A e dire a quale autovalore α è associato.
- (b) Determinare una limitazione inferiore ed una superiore per il modulo degli autovalori di A .
- (c) Dimostrare che $\rho(A) = \alpha$.
- (d) Dire, giustificando la risposta, se il metodo di Jacobi applicato ad un sistema con matrice A risulta convergente.

Esercizio 4

- (a) Si calcoli il polinomio di interpolazione della funzione $f(x) = x^2 + \sin(\pi x)$ nei tre nodi $x_0 = -1$, $x_1 = 0$, $x_2 = 1$. Si calcoli il resto e se ne ottenga una maggiorazione nell'intervallo $[-1, 1]$.
- (b) Si calcoli il polinomio di interpolazione della funzione $f(x) = x^3 + \sin(\pi x)$ nei tre nodi $x_0 = -1$, $x_1 = 0$, $x_2 = 1$. Si calcoli il resto e se ne ottenga una maggiorazione nell'intervallo $[-1, 1]$.