
Cognome

Nome

Matricola

Firma

Corso di Laurea in Informatica

PROVA SCRITTA DI CALCOLO NUMERICO

14/07/2014

Esercizio 1 È data la funzione $f(x)$ espressa nelle due forme

$$f(x) = \frac{x + \sqrt{x}}{x - 1} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1}, \quad \text{per } x > 0.$$

(a) Si studi il condizionamento del calcolo di $f(x)$.

(b) Si confrontino i due errori algoritmici.

Esercizio 2 Studiare la convergenza del metodo delle tangenti alla soluzione delle equazioni

$$f_1(x) = x^2 - 1 = 0 \quad \text{e} \quad f_2(x) = (x^2 - 1)^2 = 0.$$

Indicare quali differenze presentano i due casi (scelta del punto iniziale e ordine di convergenza).

Esercizio 3 Dati due vettori \mathbf{x} e \mathbf{y} di \mathbb{R}^n non nulli e diversi fra loro, esistono infinite matrici quadrate A tali che

$$A\mathbf{x} = \mathbf{y}. \tag{1}$$

Restringendo il campo alle matrici della forma $A = \mathbf{u}\mathbf{v}^T$, si indichi come vanno scelti i vettori \mathbf{u} e \mathbf{v} in modo che valga la (1). Si calcolino autovalori e autovettori di A . Che cosa si può dire della convergenza del metodo di Jacobi applicato al sistema (1) con A della forma indicata?

Esercizio 4 Di una funzione $f(x)$ sono noti i valori assunti nei punti $x_0 = 0$ e $x_1 = 1$ e il valore $f'(x_0)$. Scrivere il polinomio di grado minimo che assume gli stessi valori della funzione in x_0 e x_1 e la cui derivata ha lo stesso valore della derivata della funzione in x_0 . Esaminare in particolare il caso della funzione $f(x) = \sin(\pi x)$. Dare una maggiorazione del modulo dell'errore per $x \in [0, 1]$.