
Cognome

Nome

Matricola

Firma

Corso di Laurea in Informatica
PROVA SCRITTA DI CALCOLO NUMERICO

18/6/2015

Esercizio 1 È data la funzione $f(x)$ espressa nelle due forme

$$f(x) = \log(1+x)^3 = 3 \log(1+x).$$

- (a) Si studi il condizionamento del calcolo di $f(x)$.
- (b) Si confrontino i due errori algoritmici assumendo che il logaritmo sia calcolato con una funzione di libreria.

Esercizio 2 È data la funzione $f(x) = x - 2 \sin x$.

- (a) Si dica quante soluzioni ha l'equazione $f(x) = 0$ nell'intervallo $-2\pi/3 \leq x \leq 2\pi/3$. Si indichi con α la soluzione positiva e se ne dia un intervallo di separazione.
- (b) Si studi la convergenza del metodo

$$x_{i+1} = g(x_i), \quad \text{dove } g(x) = 2 \sin x,$$

per l'approssimazione di α .

- (c) Si studi la convergenza del metodo

$$x_{i+1} = h(x_i), \quad \text{dove } h(x) = x - \frac{x - 2 \sin x}{3},$$

per l'approssimazione di α .

Esercizio 3 È data la matrice di dimensione $2n$

$$A = \begin{bmatrix} I & \alpha \mathbf{u} \mathbf{u}^T \\ \alpha \mathbf{u} \mathbf{u}^T & I \end{bmatrix},$$

dove α è un parametro reale, I è la matrice identità di dimensione n , e \mathbf{u} è il vettore di dimensione n tale che $u_i = 1, i = 1, \dots, n$.

- (a) Si dica per quali valori di α la matrice ha predominanza diagonale in senso stretto.
- (b) Nel caso $n = 2$ si studi la convergenza dei metodi di Jacobi e di Gauss-Seidel per l'approssimazione della soluzione di un sistema avente A come matrice dei coefficienti. Esistono valori di α per cui la matrice non ha predominanza diagonale in senso stretto ma i due metodi sono convergenti?

Esercizio 4 È data la funzione

$$f(x) = x \log_2(x+1).$$

- (a) Si determini il polinomio $p(x)$ che interpola $f(x)$ nei nodi 0, 1, 3.
- (b) Si studi il resto di interpolazione $r(x) = f(x) - p(x)$ (si ricordi che $\log_2 x = \log x / \log 2$).