
Cognome

Nome

Matricola

Firma

Corso di Laurea in Informatica
PROVA SCRITTA DI CALCOLO NUMERICO

20/07/2009

Esercizio 1 Supponendo di operare con arrotondamento si determinino i primi due interi positivi che hanno la stessa rappresentazione in $\mathcal{F}_{2,t,m,M}$, dove $t < m = M$. (Suggerimento: esaminare prima il caso di $t = 3$ e $m = M = 4$).

Esercizio 2 Il seguente metodo iterativo

$$x_{i+1} = g(x_i), \quad \text{dove} \quad g(x) = x + \frac{x}{8}(2x^2 - 1)(6x^2 - 7)$$

presenta il vantaggio di non richiedere divisioni (se implementato su un calcolatore che opera in base 2).

- Si dica quanti e quali sono i punti fissi di $g(x)$ (cioè le soluzioni reali dell'equazione $x = g(x)$). Si indichino con α_k tali punti fissi, ordinati in ordine crescente.
- Si studi la convergenza del metodo per ogni α_k . In particolare si indichi il massimo intervallo di convergenza e l'ordine per la soluzione α_4 .

Esercizio 3 È data la matrice A di ordine 3 di elementi

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se } i + j \text{ è pari,} \\ 0 & \text{se } i + j \text{ è dispari.} \end{cases}$$

- Si verifichi che $A = \frac{1}{2}(3A^2 - A^3)$.
- Senza calcolare effettivamente gli autovalori di A , si dia una relazione che essi devono verificare.
- Tramite questa relazione si determinino gli autovalori di A .
- Se A fosse la matrice di un sistema lineare, si potrebbe risolvere il sistema con il metodo di Jacobi?

Esercizio 4 Si scriva il polinomio $p(x)$ di interpolazione della funzione $f(x) = 1 - k \sin(\pi x)$ (dove k è un parametro) nei nodi $x_0 = 0$, $x_1 = 1/2$ e $x_2 = 3/2$.

- Si dica se esistono valori di k per cui $p(x)$ ha grado minore di 2.
- Si dia una maggiorazione di $|r(x)| = |f(x) - p(x)|$ per $x \in [0, 3/2]$.