

---

Cognome

Nome

Matricola

Firma

Corso di Laurea in Informatica  
PROVA SCRITTA DI CALCOLO NUMERICO

20/07/2009

**Esercizio 1** Supponendo di operare con arrotondamento si determinino i primi due interi positivi che hanno la stessa rappresentazione in  $\mathcal{F}_{2,t,m,M}$ , dove  $t < m = M$ . (Suggerimento: esaminare prima il caso di  $t = 3$  e  $m = M = 4$ ).

**Esercizio 2** Il seguente metodo iterativo

$$x_{i+1} = g(x_i), \quad \text{dove} \quad g(x) = x + \frac{x}{8}(2x^2 - 1)(6x^2 - 7)$$

presenta il vantaggio di non richiedere divisioni (se implementato su un calcolatore che opera in base 2).

- Si dica quanti e quali sono i punti fissi di  $g(x)$  (cioè le soluzioni reali dell'equazione  $x = g(x)$ ). Si indichino con  $\alpha_k$  tali punti fissi, ordinati in ordine crescente.
- Si studi la convergenza del metodo per ogni  $\alpha_k$ . In particolare si indichi il massimo intervallo di convergenza e l'ordine per la soluzione  $\alpha_4$ .

**Esercizio 3** È data la matrice  $A$  di ordine 3 di elementi

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se } i + j \text{ è pari,} \\ 0 & \text{se } i + j \text{ è dispari.} \end{cases}$$

- Si verifichi che  $A = \frac{1}{2}(3A^2 - A^3)$ .
- Senza calcolare effettivamente gli autovalori di  $A$ , si dia una relazione che essi devono verificare.
- Tramite questa relazione si determinino gli autovalori di  $A$ .
- Se  $A$  fosse la matrice di un sistema lineare, si potrebbe risolvere il sistema con il metodo di Jacobi?

**Esercizio 4** Si scriva il polinomio  $p(x)$  di interpolazione della funzione  $f(x) = 1 - k \sin(\pi x)$  (dove  $k$  è un parametro) nei nodi  $x_0 = 0$ ,  $x_1 = 1/2$  e  $x_2 = 3/2$ .

- Si dica se esistono valori di  $k$  per cui  $p(x)$  ha grado minore di 2.
- Si dia una maggiorazione di  $|r(x)| = |f(x) - p(x)|$  per  $x \in [0, 3/2]$ .