

---

Cognome

Nome

Matricola

Firma

Corso di Laurea in Informatica  
PROVA SCRITTA DI CALCOLO NUMERICO

20/7/2011

**Esercizio 1** È data la funzione  $f(x)$  espressa nelle due forme

$$f(x) = (x^2 + a)(x + b) = ((x + b)x + a)x + ab,$$

in cui  $a$  e  $b$  sono due parametri non nulli di modulo minore di 1. Si studi il condizionamento del calcolo di  $f(x)$  per  $x \in [-1, 1]$  e si confrontino i due errori algoritmici.

**Esercizio 2** Si consideri l'equazione  $f(x) = 3xe^x + 1 = 0$ .

- Si dica quante radici reali ha l'equazione, qual è la loro molteplicità e se ne diano degli intervalli di separazione.
- Si studi la convergenza del metodo delle tangenti (con la scelta del punto iniziale e l'ordine se il metodo converge).
- Posto  $g(x) = -(1+x)/f'(x)$ , si studi la convergenza del metodo iterativo  $x_{i+1} = g(x_i)$  (con la scelta del punto iniziale e l'ordine se il metodo converge).

**Esercizio 3** Sia  $A$  una matrice di ordine  $n = 5$  della forma

$$A = \begin{bmatrix} * & & & * \\ * & * & & * & * \\ * & & * & & * \\ * & * & & * & * \\ * & & & & * \end{bmatrix}$$

in cui gli asterischi stanno ad indicare elementi non nulli.

- Si dica qual è il numero di operazioni additive e moltiplicative richieste dal metodo di Gauss per calcolare la soluzione di un sistema avente  $A$  come matrice dei coefficienti, nell'ipotesi che non siano richiesti scambi di righe.
- Si generalizzi il risultato trovato al caso  $n$  dispari maggiore di 5.
- Sfruttando i cerchi di Gerschgorin si costruisca una matrice non singolare della forma data.

**Esercizio 4** Data la funzione  $f(x) = x^4$ , si scriva il polinomio  $p(x)$  di interpolazione nei nodi  $x_i = (2 + i)/2$  per  $i = 0, 1, 2$ . Che errore si commette se si approssima

$$\int_1^2 f(x) dx \quad \text{con} \quad \int_1^2 p(x) dx?$$

Si confronti l'errore così determinato con la maggiorazione che si otterrebbe tramite il resto della formula di Cavalieri-Simpson.