

---

Cognome

Nome

Matricola

Firma

Corso di Laurea in Informatica  
PROVA SCRITTA DI CALCOLO NUMERICO

7/9/2015

**Esercizio 1** È data la funzione  $f(x)$  espressa nelle due forme

$$f(x) = 1 - \sqrt{x} = \frac{1-x}{1+\sqrt{x}}, \quad x > 0, x \neq 1.$$

- (a) Si studi il condizionamento del calcolo di  $f(x)$ .
- (b) Si confrontino i due errori algoritmici assumendo che la radice quadrata sia calcolata con una funzione di libreria.

**Esercizio 2** È data la funzione  $g(x) = -x^3 e^x$ .

- (a) Si determinino i punti fissi dell'equazione  $x = g(x)$ , per  $x \in \mathbb{R}$ .
- (b) Si studi la convergenza del metodo iterativo  $x_{i+1} = g(x_i)$ , compresa la scelta di un punto iniziale e l'ordine di convergenza.

**Esercizio 3** È data la matrice di dimensione  $n$ ,

$$A = \begin{bmatrix} \alpha & 1 & \cdots & \cdots & 1 \\ 0 & \alpha & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \alpha & \ddots & 1 \\ 0 & \ddots & 0 & \alpha & 1 \\ 1 & 0 & \dots & 0 & \alpha \end{bmatrix},$$

dove  $\alpha$  è un parametro reale. Ad esempio per  $n = 4$  abbiamo

$$A = \begin{bmatrix} \alpha & 1 & 1 & 1 \\ 0 & \alpha & 1 & 1 \\ 0 & 0 & \alpha & 1 \\ 1 & 0 & 0 & \alpha \end{bmatrix}.$$

- (a) Si dica se il metodo di Gauss è applicabile senza scambi di righe.
- (b) Si calcoli il costo computazionale moltiplicativo per ridurre la matrice in forma triangolare superiore (senza scambio di righe).
- (c) Nel caso  $n = 3$  si studi la convergenza del metodo di Gauss-Seidel.

**Esercizio 4** È data la funzione

$$f(x) = \cos^2(\pi x) - \sin^2(\pi x).$$

- (a) Si determini il polinomio  $p(x)$  che interpola  $f(x)$  nei nodi  $-1/4, 0, 1/2$ .
- (b) Si sia una limitazione superiore del modulo del resto dell'interpolazione  $r(x) = f(x) - p(x)$ , per  $x \in [-1/4, 1/2]$ .